

Faculdade de Educação
USP

Área de Ensino de Ciências e
Matemática

Seminários de Ensino de
Matemática - SEMA

Habilidades de cálculo na formação básica das pessoas

Prof. Luiz Márcio P. Imenes

imenes@uol.com.br

A foto a seguir foi tirada em 1948 e mostra uma cena comum em estabelecimentos comerciais da época.

Trata-se de uma cena norte-americana, mas que também poderia ser observada no Brasil e em muitos outros países.

Tente descobrir: o que estaria fazendo o balconista?



60 anos depois...



- Nas atividades comerciais e técnicas é muito difícil encontrar quem dispense uma máquina de calcular; nesses ambientes, o cálculo escrito está quase extinto.
- Engenheiros, economistas, contadores, bancários, arquitetos, físicos, químicos ..., profissionais tradicionalmente identificados com cálculos, quase já não fazem contas. Muitos, sequer usam calculadoras.

- Há 40 anos, o cálculo escrito tinha **muita** relevância social. Hoje, isso já não acontece.
- Sob esse aspecto, saber calcular com lápis e papel é, hoje, uma habilidade quase irrelevante.

Cabe, então, a provocação:

- No mundo atual, onde proliferam calculadoras e computadores, **faz sentido a escola continuar insistindo no cálculo com lápis e papel?**
- **Sim ou não?** Qualquer que seja a resposta, quais são os argumentos?

Desafio:

encontrar uma resposta
convincente para essa questão
até o final de nosso trabalho.

Para alcançar esse objetivo,
entendo ser necessário:

- ❑ um **olhar abrangente** sobre a matemática escolar;
- ❑ uma **visão crítica** do projeto que tem norteado a matemática escolar;
- ❑ clareza sobre o papel do cálculo (“fazer contas”) na **ciência Matemática**.

❑ Sobre o papel do cálculo (“fazer contas”) na **ciência Matemática**.

- Os matemáticos não estão de acordo acerca do que é Matemática, mas nenhum deles acha que saber Matemática é, **essencialmente**, saber fazer contas.
- O cálculo tem papel coadjuvante na ciência Matemática.
- Não se justifica por si só; deve estar a serviço de algo que vai além dele, como a resolução de problemas.

*“Que a matemática possa ser uma jóia pode parecer surpreendente aos que lutaram com a tabuada enquanto miúdos e que agora precisam de ajuda para preencher as declarações do IRS. A matemática é uma disciplina mal compreendida e mesmo **denegrida**. Não é as contas difíceis em que nos exercitamos na escola primária. Não é a ciência dos cálculos.”*

O homem que só gostava de números. Paul Hoffman. Lisboa: Gradiva, 2000.

Nota: o homem que só gostava de números é Paul Erdős, um prolífico matemático do século XX.

Insistindo: na ciência Matemática, o cálculo tem caráter auxiliar. Um papel principal é reservado, por exemplo, à resolução de problemas.

A matemática escolar não pode negar a ciência Matemática.

Assim, também nela o cálculo **não** deve ser um fim em si mesmo. Deve, isso sim, servir à resolução de problemas.

Dois exemplos para ilustrar o sentido dessas afirmações.

O problema de Alice

- Alice nasceu em 1973 e precisa trocar o carro modelo 2001 por outro mais novo. Como não tem dinheiro para quitar a diferença à vista, o vendedor propôs que pague R\$ 7 560,00 em 24 parcelas mensais iguais. Ela ganha R\$ 1165,00 por mês e tem despesas mensais fixas de aproximadamente R\$ 980,00. Esse plano em 24 pagamentos é viável ou não para ela? Se não o for, que alternativas Alice poderia examinar?

O problema de Ari

- Ari quer comprar uma geladeira. O modelo que lhe interessou custa R\$ 2 131,99 à vista, mas também pode ser pago em 12 (1 + 11) parcelas de R\$ 216,66. Antes de decidir, ele quer responder uma pergunta: qual é o juro mensal embutido no plano parcelado?

Atenção:

- Conferir ao cálculo um papel auxiliar **não significa menosprezá-lo**.
- É certo que não se faz Matemática sem algum domínio de cálculo.
- É consensual entre educadores matemáticos que para aprender Matemática o aluno precisa desenvolver adequadamente **certas** habilidades de cálculo.

Atualmente, todas as recomendações emanadas da Educação Matemática explicitam que o desenvolvimento de tais habilidades deve contemplar:

- o cálculo mental;
- o uso de máquina;
- o cálculo escrito.

Mas é preciso esclarecer cada um desses pontos.

Cálculo mental

- Alguns exemplos
- “Diga como você pensou.”
- Diversidade de estratégias
- Registro
- A memorização das tabuadas é parte do trabalho com cálculo mental.

- Estimativas, arredondamentos, cálculo aproximado
- Cálculo mental em álgebra também!
- “Pitadas” semanais

Sugestão bibliográfica:

Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. C. Parra, I. Saiz (org.)
Porto Alegre: Artmed, 1996.

(O cap. 8, escrito por Cecília Parra, trata do **Cálculo mental na escola primária.**)

Uso de máquina

- Digite $2 + 3 \times 5 =$
- Para usar bem é preciso conhecer ...
- As teclas de memória
- Calculadora inibe raciocínio?
- Na sala de aula, a calculadora tem vários usos. Serve até para fazer contas.
- A existência dessas máquinas torna ainda mais necessário o aprendizado da matemática.

Atenção:

- Quem tem autoridade, competência e responsabilidade para decidir se a atividade deve ser feita com o uso de calculadora ou se o momento é de prática de cálculo mental ou se deve envolver cálculo escrito ou se o aluno pode escolher o processo que quiser é o professor.

E então, cálculo com lápis e
papel:
sim ou não?

- Antes de decidir, cabe mais uma consideração.

Até bem pouco tempo, estudantes de 11 ou 12 anos deviam dominar este algoritmo:

Indicação: $\sqrt{79\ 956} \sim 282$ (por falta);

Disposição prática:

$\sqrt{7.99.56}$	282
$\underline{4}$	$48 \times 8 = 384$
39.9	$562 \times 2 = 1\ 124$
$\underline{38\ 4}$	
$1\ 55.6$	
$\underline{1\ 12\ 4}$	
$43\ 2$	

- Suponhamos que uma pessoa aprendeu a executar esse algoritmo e façamos esta pergunta a ela: **por que** devemos separar os dígitos de 79 956 em grupos de dois dígitos da **direita para a esquerda** (7.99.56), mas não **da esquerda para a direita** (79.95.6)?

- Se não souber responder, podemos dizer que tal pessoa, ao executar o algoritmo, **age como papagaio!**
- Sob o aspecto cognitivo, que diferença relevante há entre **executar mecanicamente um algoritmo ou apertar teclas de uma calculadora?**

- A pertinência dessas considerações independe do algoritmo. Quem sabe:
 - ✓ somar com lápis e papel, mas não sabe explicar o “vai um”, **age como papagaio**;
 - ✓ subtrair “emprestando”, mas não compreende o que faz, **age como papagaio**;
 - ✓ multiplicar, mas não entende por que “pula a casinha”, **age como papagaio**;
 - ✓ derivar uma função, mas não conhece o significado da derivada, **age como papagaio**.

E então?

Cálculo com lápis e papel:

sim ou não?

- **NÃO**, se for para calcular **como papagaio**.
- As calculadoras impõem **novo paradigma**: o ensino dos algoritmos (procedimentos clássicos de cálculo escrito) só se justifica se o objetivo for a compreensão do processo, o entendimento da lógica dos procedimentos.

- Dois exemplos ilustrarão o que se quer dizer.
- São textos de alunos.
- Nos dois casos, as respectivas escolas dão grande importância ao registro.

Bruna Simoli

3ª Série E

Divisão

315 dividida para **2** crianças.

Eu vou dar **1** centena para uma criança e a outra centena para a outra criança.

Sobrou uma centena.

Eu vou trocar ela por **10** dezenas.

Eu vou juntar com mais uma dezena.

Dai eu divido **5** para cada criança e sobra uma dezena.

Eu vou trocar por dez unidades e junto com mais as cinco unidades e deu sete para cada uma e sobra uma unidade.



Caso Com Hilário $n \equiv 2 \pmod{10}$

Vou explicar porque contamos os zeros depois da virgula no final de uma multiplicação por decimais.

$$\begin{array}{r} 0,37 \xrightarrow{\times 100} 37 \\ \times 1,5 \xrightarrow{\times 10} 15 \\ \hline \end{array}$$

primeiro transformamos em n.º naturais.

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 15 \\ \hline 185 \\ + 370 \\ \hline 555 \end{array}$$

depois fazemos a conta normalmente

$$\begin{array}{r} 0,555 \\ \hline 100 \quad 100 \quad 10 \end{array}$$

depois como multiplicamos por 100 e por 10, são três zeros, então como multiplicamos por 1000 vamos dividir por 1000

- Quando o foco do trabalho se desloca do fazer mecânico para a compreensão da lógica dos algoritmos, o aluno aprende
 - ✓ a fazer relações,
 - ✓ a buscar explicações,
 - ✓ a argumentar,
 - ✓ a expressar como pensou.
- Enfim,
 - ✓ aprende a pensar;
 - ✓ aprende Matemática.

Na educação fundamental, esse trabalho deve abranger:

- operações com números naturais;
- operações com frações;
- cálculos envolvendo números negativos;
- cálculos com números decimais;
- cálculos com potências e raízes;
- cálculo algébrico.

A aceitação desses princípios
tem conseqüências na
seleção e organização de
conteúdos.

Exemplos:

- Divisão de números naturais
- Cálculos com frações
- Cálculos algébricos

Tais considerações mostram que a matemática escolar tem se orientado por um projeto inadequado.

- O projeto habitual tem suas origens numa época em que não se sabia o que se sabe hoje sobre a aprendizagem.
- Ele foi possível enquanto se aceitou que aprender Matemática é para poucos.

Então, o que fazer?

- Estamos aprendendo a fazer diferente...
- **Dentre várias outras condições**, é preciso que se tenha um projeto adequado para o trabalho com a matemática escolar.
- Os PCN e outros documentos oficiais, bem como a produção na área da Educação Matemática, fornecem indicações consistentes para a elaboração de projetos adequados para o trabalho com a Matemática na escola básica.
- Escolas e professores que estão enveredando **consistentemente** por esses novos caminhos reconhecem o passo adiante.

Bibliografia

(Estamos aprendendo. É preciso estudar!)

- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais para a Educação fundamental 1^a a 4^a séries**. Brasília: MEC, 1997.
- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais para a Educação Fundamental 5^a a 8^a séries**. Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia do livro didático 2007: Matemática**. Brasília: MEC, 2006.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia do livro didático 2008: Matemática**. Brasília: MEC, 2007.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – Matemática (PNLEM)**. Brasília: MEC, 2005.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio – volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

- IMENES, L. M. P., LELLIS, M. **A Matemática e o novo Ensino Médio**. Educação Matemática em Revista. SBEM. No 9/10, 2001.
- IMENES L. M.; LELLIS, M.; MILANI E. **Matemática Paratodos: 1^a a 4^a séries**. São Paulo: Scipione, 2004.
- IMENES L. M.; LELLIS, M. **Matemática Paratodos: 5^a a 8^a séries**. São Paulo: Scipione, 2001.
- LIMA, E. L. (coord.). **Exame de textos: análise de livros de Matemática para o Ensino Médio**. Rio de Janeiro: IMPA/SBM/VITAE, 2001.
- NCTM. **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**. Lisboa: APM, 1991.

Instituições e publicações brasileiras e portuguesas de interesse dos profissionais de Educação Matemática

- **Associação de Professores de Matemática – Lisboa – Portugal**

Publicações: *Quadrante e Educação e Matemática*

revista@apm.pt

www.apm.pt

- **Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPEM – Rio de Janeiro**

Publicação: *Boletim do GEPEM*

gepem@ufrj.br

www.gepem.ufrj.br

- **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**

Publicação: *Educação Matemática em Revista*

sbem@sbem.com.br

www.sbem.com.br

- **Sociedade Brasileira de História da Matemática – SBHMat**

Publicação: *Revista Brasileira de História da Matemática*

sbhmat@rc.unesp.br

www.sbhmat.com.br

- **Sociedade Brasileira de Matemática – SBM**

Publicação: *Revista do Professor de Matemática*

rpm@ime.usp.br

www.rpm.org.br

- **Unesp - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Departamento de Matemática – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Rio Claro, SP**

Publicação: *BOLEMA-Boletim de Educação Matemática*

bolema@rc.unesp.br

www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema

- **Unicamp – Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Educação – Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (Cempem) – Campinas, SP.**

Publicação: *Zetetiké*

zetetike@unicamp.br

www.fe.unicamp.br/servicos/publicacoes-zetetike.html

www.cempem.fae.unicamp.br