

SEMINÁRIOS DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA
(SEMA)

2º SEMESTRE DE 2012

COORDENADOR: NÍLSON JOSÉ MACHADO

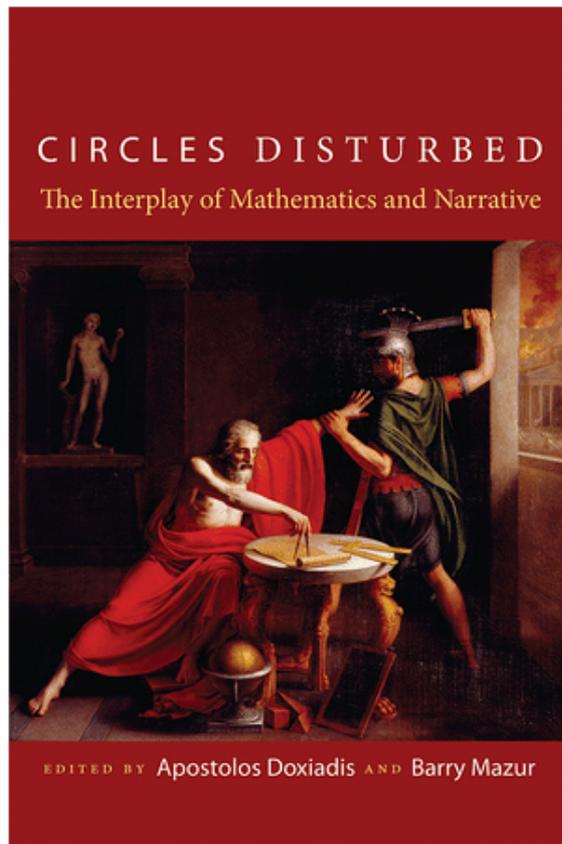
Narrativas para ensinar Matemática

Márcia de Oliveira Cruz

mdo@uol.com

Thales & Friends (2005)

- ❖ Investigar as relações entre a Matemática e a cultura humana.
- ❖ Explorar novas maneiras de se falar sobre a Matemática dentro da comunidade científica e da comunidade matemática.
- ❖ Criar novos métodos para comunicar o conteúdo matemático para o público leigo.
- ❖ Discutir o uso da narrativa como ferramenta para investigação na Matemática.

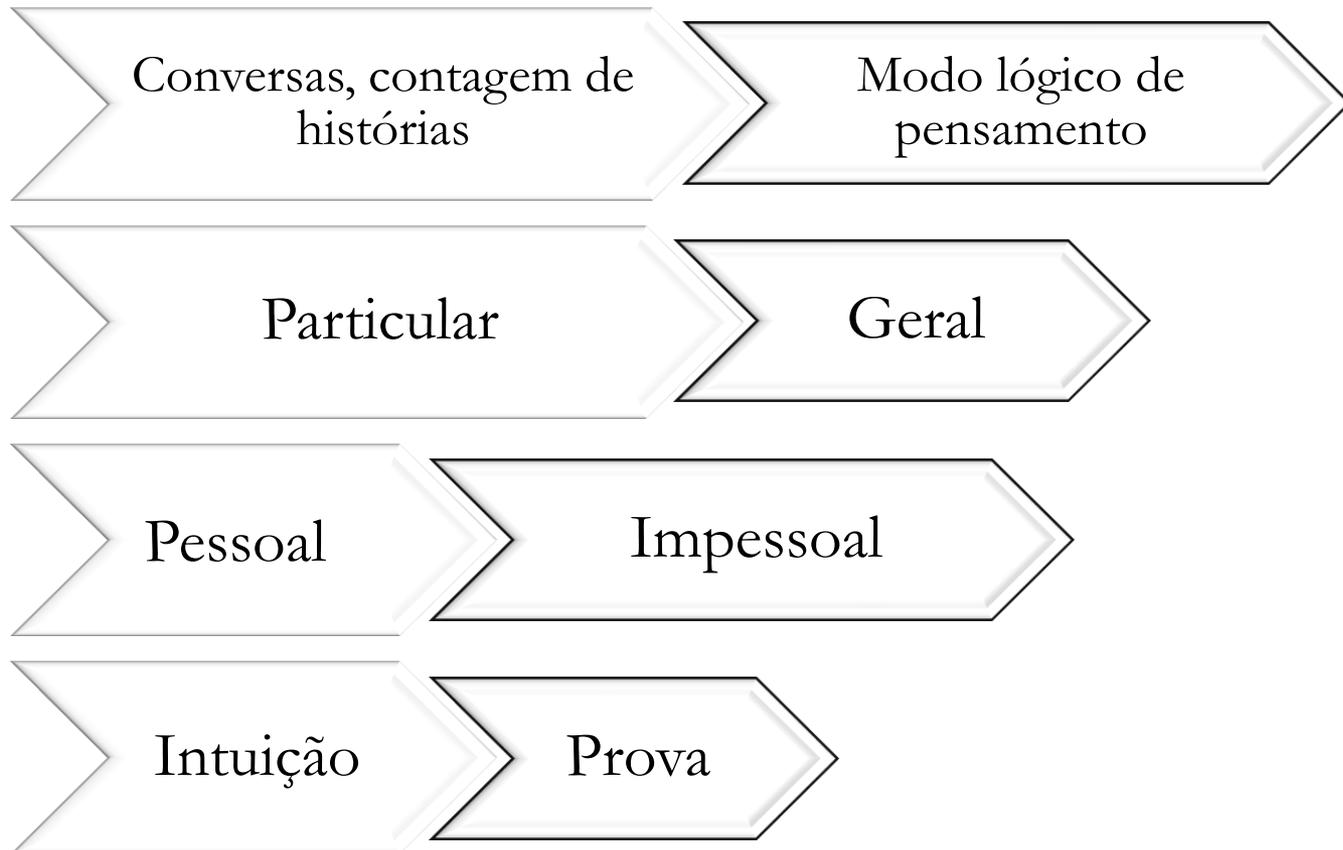


The book's title recalls the last words of the great Greek mathematician Archimedes before he was slain by a Roman soldier--"Don't disturb my circles"--words that seem to refer to two radically different concerns: that of the practical person living in the concrete world of reality, and that of the theoretician lost in a world of abstraction. Stories and theorems are, in a sense, the natural languages of these two worlds--stories representing the way we act and interact, and theorems giving us pure thought, distilled from the hustle and bustle of reality. Yet, though the voices of stories and theorems seem totally different, they share profound connections and similarities.

- Chapter 1: *From Voyagers to Martyrs: Toward a Storied History of Mathematics* 1
- Chapter 2: *Structure of Crystal, Bucket of Dust* 52
- Chapter 3: *Deductive Narrative and the Epistemological Function of Belief in Mathematics: On Bombelli and Imaginary Numbers* 79
- Chapter 4: *Hilbert on Theology and Its Discontents: The Origin Myth of Modern Mathematics* 105
- Chapter 5: *Do Androids Prove Theorems in Their Sleep?* 130
- Chapter 6: *Visions, Dreams, and Mathematics* 183
- Chapter 7: *Vividness in Mathematics and Narrative* 211
- Chapter 8: *Mathematics and Narrative: Why Are Stories and Proofs Interesting?* 232
- Chapter 9: *Narrative and the Rationality of Mathematical Practice* 244
- Chapter 10: *A Streetcar Named (among Other Things) Proof: From Storytelling to Geometry, via Poetry and Rhetoric* 281
- Chapter 11: *Mathematics and Narrative: An Aristotelian Perspective* 389
- Chapter 12: *Adventures of the Diagonal: Non-Euclidean Mathematics and Narrative* 407
- Chapter 13: *Formal Models in Narrative Analysis* 447
- Chapter 14: *Mathematics and Narrative: A Narratological Perspective* 481
- Chapter 15: *Tales of Contingency, Contingencies of Telling: Toward an Algorithm of Narrative Subjectivity* 508

Era uma vez um número...

(John Allen Paulos)



Problema no ensino: a rejeição à Matemática

- ❖ Apostolos Doxiadis: o método empregado nas aulas reflete as características endógenas da disciplina: exigências de formalismo, de rigor, de clareza, etc.
 - Caráter classificatório
 - Não linearidade dos padrões
 - Não oralidade
- ❖ Proposta: abordagem através de um discurso novo (literário/narrativo), concebido fora da matemática, a paramatemática (diálogo com a Filosofia, a Lógica, as Ciências Cognitivas e a Educação).

Paramatemática: quatro pontos básicos

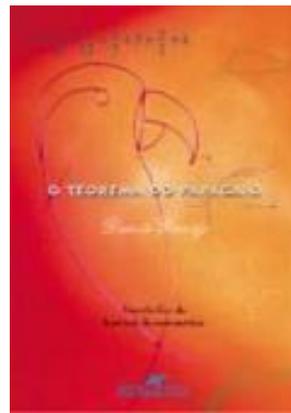
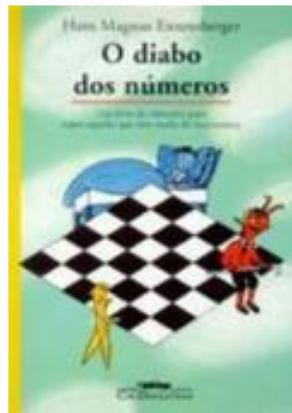
- ❖ Narrativas devem estar presentes tanto no Ensino Médio como no Fundamental.
- ❖ O tempo destinado às histórias deve ser maior nas séries iniciais.
- ❖ Trabalhar o conceito de número com as crianças da pré-escola aproveitando a riqueza emocional do mundo infantil.
- ❖ Explorar narrativas que revelem a grandiosidade da Matemática enquanto realização humana.

Narrativas para ensinar Matemática: categorias

1) História da Matemática – Ficção (Facto x ficto)

- Gauss e a soma dos n primeiros termos de uma PA
- Os logaritmos

❖ Ficção Matemática



Restabelecendo a importância dos logaritmos: grau de segurança (Paulos)

Atividade/doença/evento	Mortes anuais	Índice de segurança
Doenças cardíacas/circulatórias	1/380	2,6
Câncer	1/501	2,7
Fumar	1/800	2,9
Gripe/pneumonia	1/5300	3,7
Andar de automóvel	1/5300	3,7
Homicídio	1/10000	4,0
Andar de bicicleta	1/96000	4,9
Queda de raio	1/1200000	6,1
Picada de abelha	1/6000000	6,8

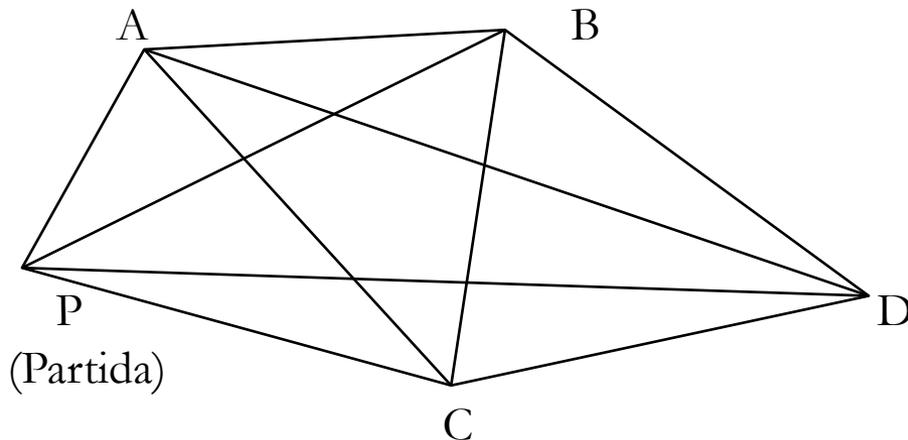
O problema do caixeiro viajante (O diabo dos números)

❖ Suponha que você vai para os EUA visitar 30 amigos que moram em cidades diferentes, qual seria a melhor maneira de fazê-lo, rodando a menor quantidade possível de quilômetros, a fim de minimizar os custos?

Se fossem 4 cidades haveria 24 percursos possíveis.

Seria viável compará-los.

Mas no caso de 30 cidades...



Construindo a percepção da quantidade representada por 30!

❖ $30! = 2,65 \cdot 10^{32}$

❖ $1\text{cm}^3 = 10 \text{ gotas}$

❖ $1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3 = 10^4 \text{ gotas}$

❖ Uma jarra de 5 L = $5 \cdot 10^4$ gotas

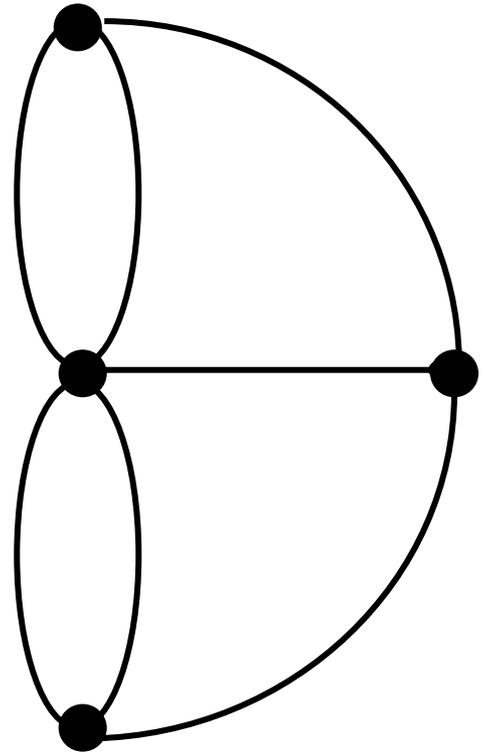
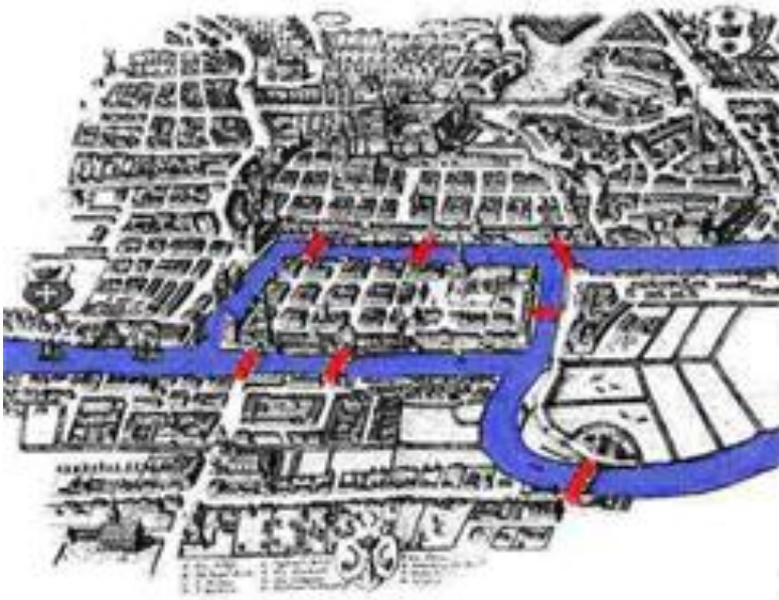
❖ Volume da Terra = $1,08 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$

❖ $1\text{km}^3 = 10^9 \text{ m}^3 = 10^{12} \text{ L} = 10^{16} \text{ gotas}$

❖ Volume da Terra = $1,08 \cdot 10^{28} \text{ gotas}$

❖ $30! = 26500 \cdot 10^{28} = 20000$ vezes a quantidade de gotas necessárias para preencher um recipiente com o volume equivalente ao da Terra.

As pontes de Königsberg (Euler – 1736) e a Teoria dos grafos



2. Narrativas visuais – poesia

- Proof without words (Roger B. Nelsen)
 - Trigonometria
 - Conexão com o cinema
 - Demonstração do Teorema de Pitágoras
 - A quadratura do Círculo

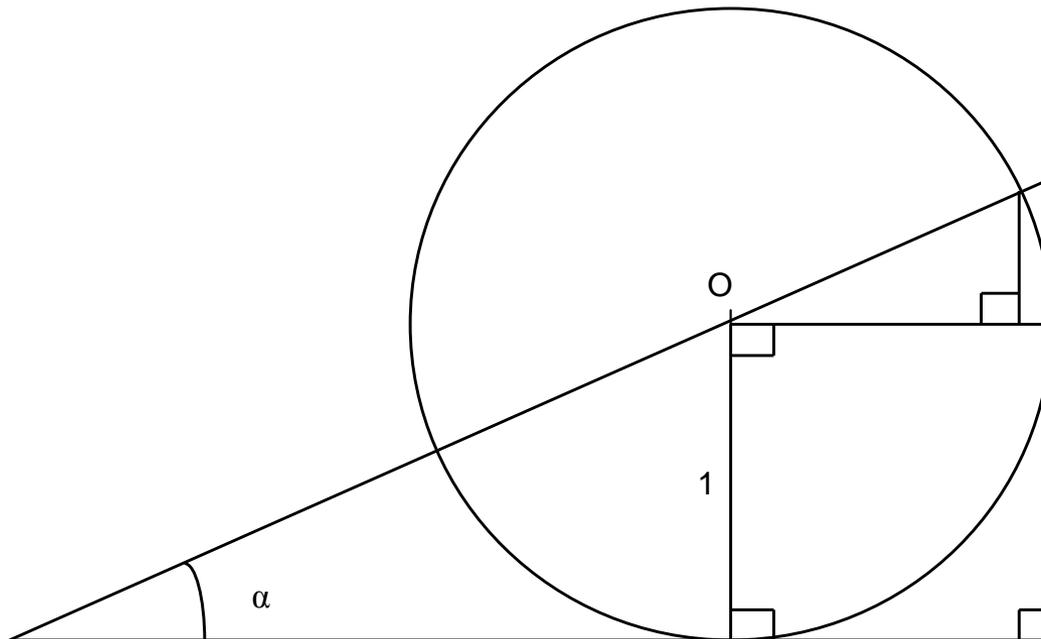
Identidades trigonométricas

$$(\operatorname{tg} \alpha + 1)^2 + (\operatorname{cotg} \alpha + 1)^2 = (\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha)^2$$

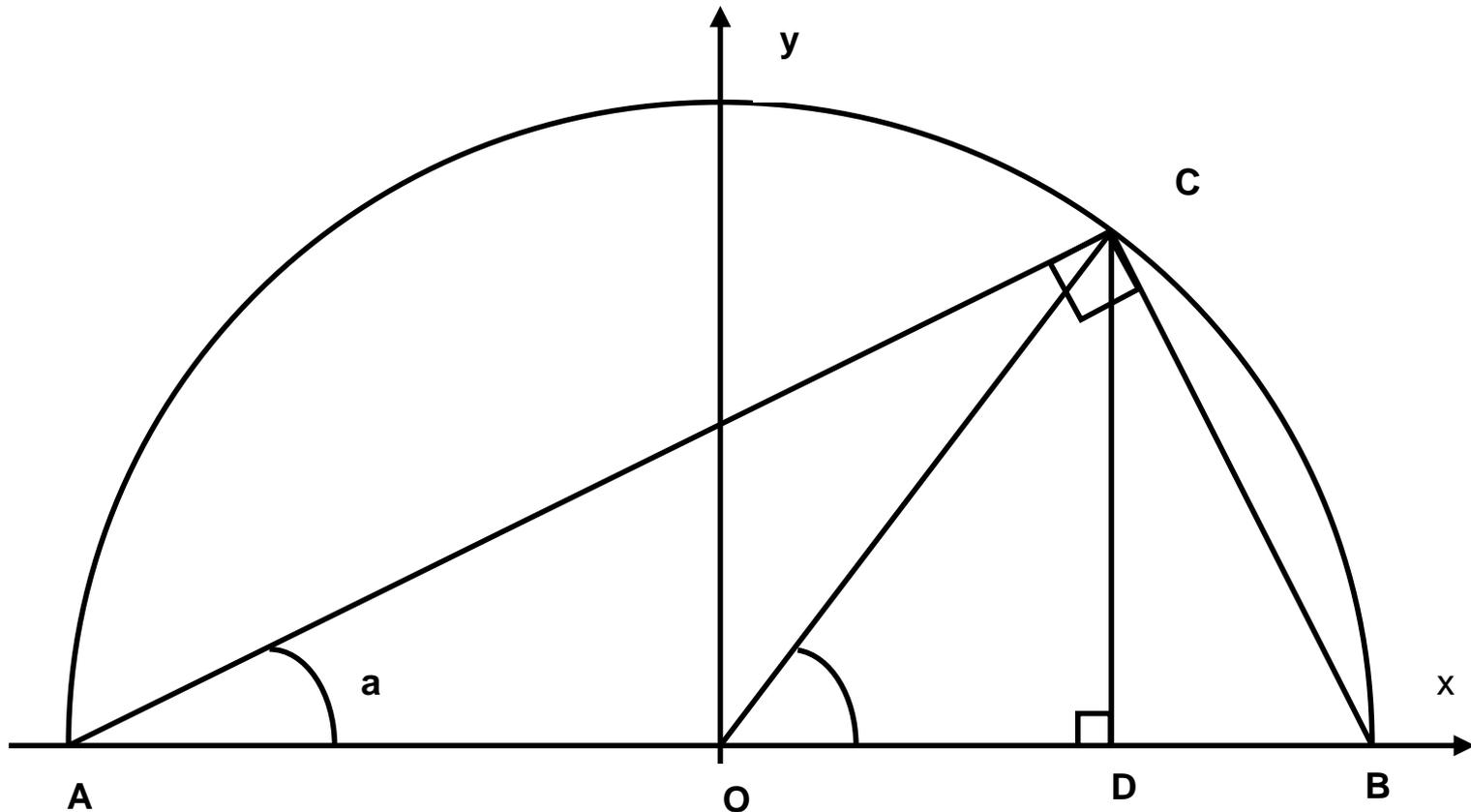
$$\sec^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\operatorname{cosec}^2 \alpha = 1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = (\operatorname{tg} \alpha + 1) / (\operatorname{cotg} \alpha + 1)$$



Fórmulas de arco duplo - demonstração



Utilizando a circunferência trigonométrica acima, mostre que $\text{sen } 2a = 2 \text{ sen } a \cdot \text{cos } a$ e que $\text{cos } 2a = \text{cos}^2 a - \text{sen}^2 a$.

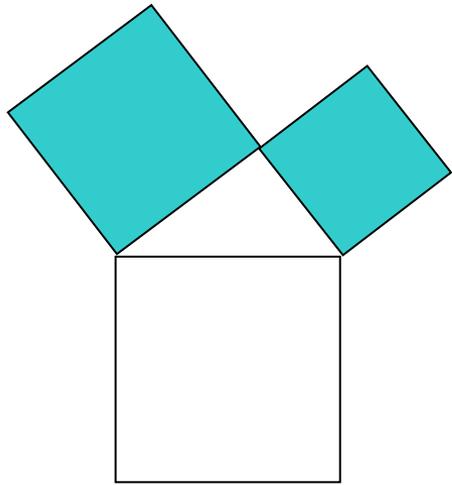


fig.1

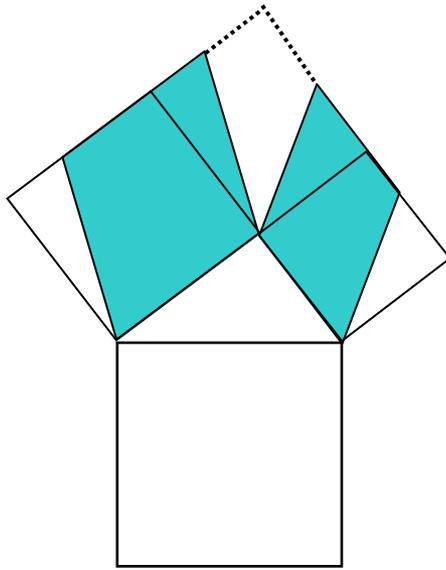


fig.2

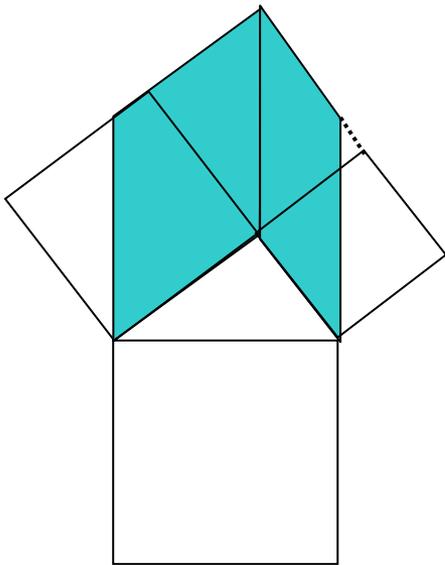


fig.3

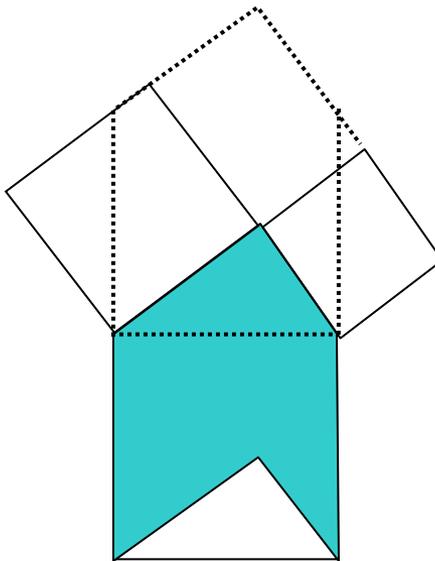


fig.4

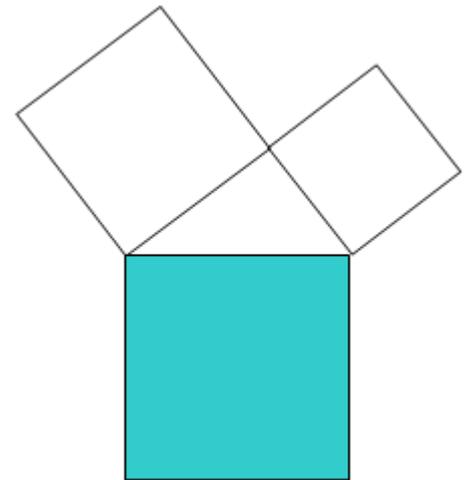
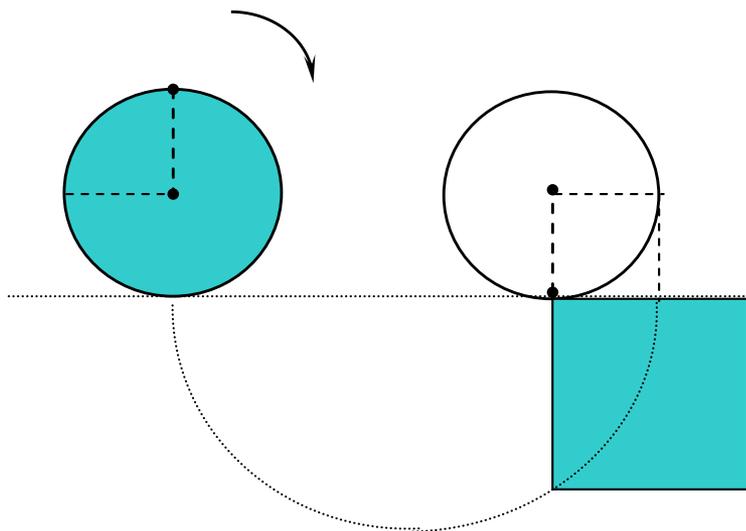
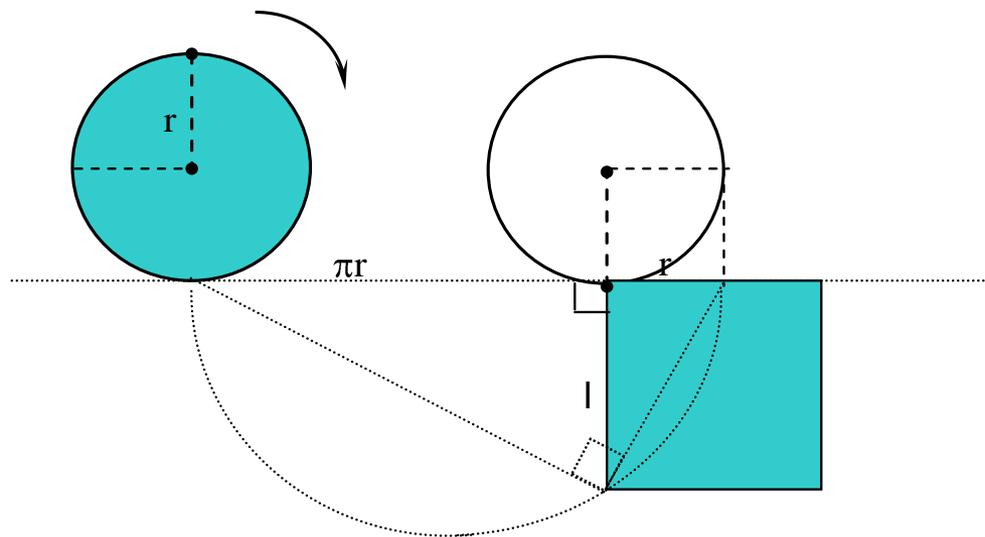


fig.5

Cinema:
Pitágoras em
stop motion



A quadratura do
círculo

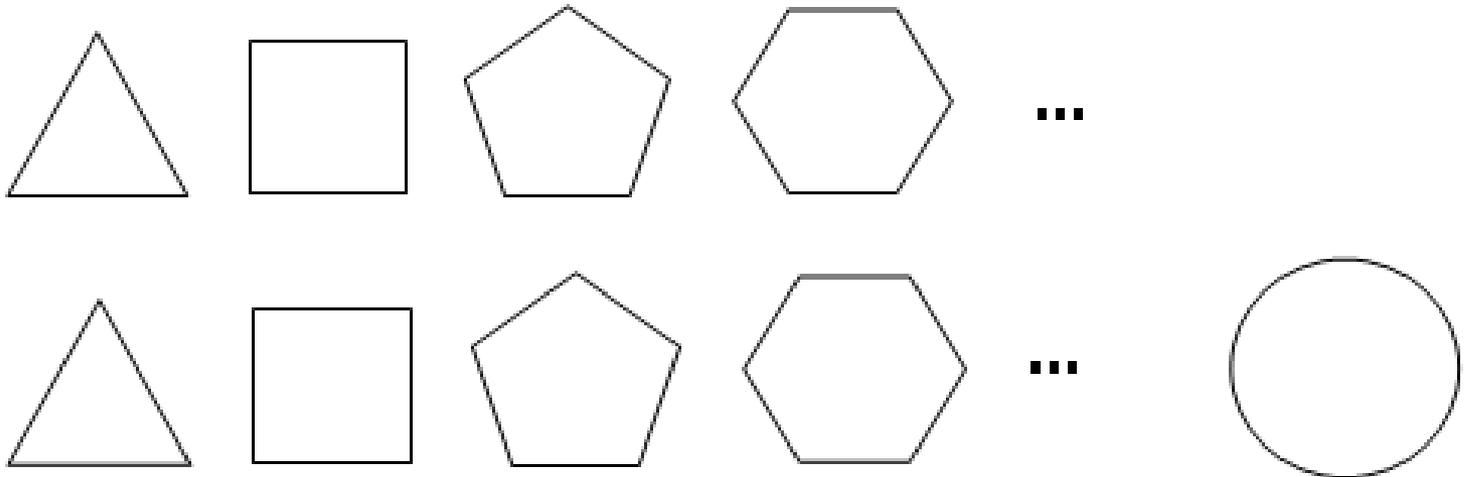


Poesia:

❖ Infinito

- Mário Quintana
- Leopardi

- Infinito potencial e atual



3. Fusões conceituais – enredos

❖ Ativar dois conceitos ou duas histórias para gerar uma estrutura sobre a qual estruturar um novo conceito.

- Raciocínio combinatório:
 - O baile
 - A biblioteca de Babel
- Inversão de perspectivas (pensamento reverso)
 - Espectros: uma conferência do arcanjo Gabriel
 - Alice no País das Maravilhas

❖ Procurar demonstrações não convencionais (criar um enredo para uma certa fábula)

4. Grandes autores

- Monteiro Lobato: “A aritmética da Emília” (Resolução de expressões aritméticas)
- Malba Tahan: “O homem que calculava”
- Lewis Carrol: “Alice no país das Maravilhas” (Lógica lúdica)
- Jonathan Swift: “As viagens de Gulliver”
 - Conteúdos matemáticos “engolidos” pelos alunos
 - O problema é o método
 - A culpa pelo fracasso escolar é do aluno

Os parênteses como funis

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{4x3} & + & \text{7x5} & - & \text{9x3} & + & \text{18:2} & - & \text{3x5} & = ? \\ 12 & & 35 & & 27 & & 9 & & 15 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{4x3} & + & \text{7x5} & + & \text{18:2} & - & \text{9x3} & - & \text{3x5} & = ? \\ 12 & & 35 & & 9 & & 27 & & 15 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{4x3} & \text{7x5} & \text{18:2} & \text{9x3} & \text{3x5} \\ 12 & + & 35 & + & 9 & 27 & + & 15 \\ + & & & - & & & & \\ 56 & & & & & & & 42 \end{array}$$