Seminários de Ensino de Matemática – 23/03/2010

José Luiz Pastore Mello – jlpmello@uol.com.br

Probabilidade e Geometria: um encontro do discreto com o contínuo

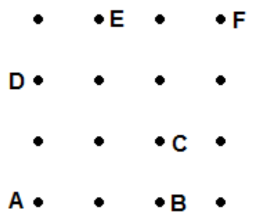
1. (**Problema do espaguete**)
Quebrando um fio de espaguete ao acaso em três pedaços, qual é a probabilidade de conseguirmos formar um triângulo com os pedaços obtidos?

2. (**Probabilidade e π**)
Sendo x e y números reais positivos e menores do que 1, qual é a probabilidade de que a tripla (x, y, 1) represente as medidas dos lados de um triângulo obtusângulo?

3. (**Problema da agulha de Buffon**)
Lançando aleatoriamente agulhas de comprimento c sobre retas paralelas, espaçadas por uma distância d (d não é menor do que c), qual é a probabilidade de que uma agulha intersecte uma das retas paralelas?

4. (**"πrimos" entre si**)
Sorteando aleatoriamente dois inteiros positivos, pode-se demonstrar que a probabilidade de que eles sejam primos entre si é igual a $6/\pi^2$. Utilizando esse resultado, elabore e execute um experimento (ou método analítico) para estimar o valor de π.

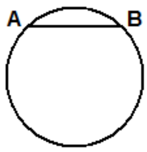
5. (**Segmentos de retas e retas**)
Os pontos A, B, C, D, E e F estão indicados na malha abaixo. Se X e Y são pontos sorteados aleatoriamente em $\{C, D, E, F\}$, qual é a probabilidade de que:
a) XY=AB b) XY>AB c) $\overleftrightarrow{XY} // \overleftrightarrow{AB}$ d) $\overleftrightarrow{XY} \perp \overleftrightarrow{AB}$



6. (**Geometria analítica**)
As retas r e s são dadas pelas equações $y = m_r x + 11$ e $y = m_s x + 7$, respectivamente, com m_r sorteado aleatoriamente em $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right\}$ e m_s sorteado aleatoriamente em $\left\{\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$. Qual é a probabilidade de que:
a) $r // s$ b) $r \perp s$ c) $r = s$

7. (**Quadriláteros**)
O quadrilátero ABCD é um retângulo em que AB=6 e AD=8. Se um ponto E do interior desse retângulo é sorteado aleatoriamente, qual a probabilidade de que a área do triângulo AED:
a) seja maior que 16 b) esteja entre 4 e 12

8. (**Circunferências e círculos**)
Se AB=r, onde r é o raio da circunferência indicada na figura, e C um ponto sorteado aleatoriamente nessa circunferência, qual é a probabilidade de que o triângulo ABC seja acutângulo?



9. (**Paradoxo de Bertrand**)
Escolhendo ao acaso uma corda de uma circunferência, qual é a probabilidade de que ela seja maior que o lado do triângulo equilátero inscrito nessa circunferência?

10. (**Espaguete ao molho notte**)

Ingredientes
1 kg de tomate
3 dentes de alho
1 ramo de manjericão
1 xícara (chá) de azeite
3 a 4 porções de espaguete (massa fresca)

Modo de preparo
Espete os tomates, um a um, em um garfo longo e leve para perto da chama do fogão para retirar a casca. Corte ao meio e retire também as sementes. Em uma caçarola, despeje o azeite, espere esquentar e frite os dentes de alho inteiros. Em seguida, acrescente os tomates. Por último, coloque o ramo de manjericão. Despeje o molho sobre o espaguete cozido *al dente*.

Gabarito

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{\pi - 2}{4}$; 3) $\frac{2c}{\pi.d}$ (para d=2c, a probabilidade será $1/\pi$)

4) Cada aluno de uma turma de 40 alunos pode escolher aleatoriamente 6 pares de inteiros positivos, verificando quais formam pares de primos entre si, e quais não formam. Teremos 240 pares de números, o que possivelmente resultará em uma aproximação razoável de π até a primeira casa decimal.

5) a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) 0

6) a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{9}$ c) 0 ; 7) a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$

8) $\frac{1}{6}$; 9) Três soluções são possíveis: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$

Bibliografia recomendada

HONSBERGER, Ross. ***Ingenuity in mathematics***. Mathematical Association of America, Washington, 1970 (capítulo 1; Probabilidade e π, pág. 3-6). Referência para os problemas 2 e 4.

LINDQUIST, M. M, SHULTE, A. P. ***Aprendendo e Ensinando Geometria***. Editora Atual, São Paulo, 1996. (capítulo 15: Probabilidade na geometria do segundo grau, pág. 214-225). Referência para os problemas 5, 6, 7 e 8.

MACHADO, Nílson José. ***Matemática e língua materna***. Cortez, São Paulo, 1993 (pág. 67-71). Referência para o problema 3.

SÃO PAULO (ESTADO) SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. ***Caderno do professor: matemática, ensino fundamental – 8ª série, volume 4***. SEE-SP, 2009 (Situação de Aprendizagem 4: Probabilidade e Geometria, pág. 40-46). Referência para o problema 3 e um interessante problema com círculos.

TUNALA, Nelson. ***Determinação de probabilidades por métodos geométricos***. Revista do Professor de Matemática, no. 20, (1º quadrimestre de 1992), pág. 16-22. Referência para o problema 3.

WAGNER, Eduardo. ***Probabilidade Geométrica – o problema do macarrão e um paradoxo famoso***. Revista do Professor de Matemática, no. 34, (2º quadrimestre de 1997), pág. 28-35. Referência para os problemas 1 e 9.

YAGLOM, A. M., YAGLOM, I.M. ***Challenging mathematical problems with elementary solutions (volume I: Combinatorial Analysis and Probability Theory)***. Dover, New York, 1987 (pág. 202-211). Referência para o problema 4