Universidade de São Paulo/ Faculdade de Educação
Seminários de Ensino de Matemática (SEMA-FEUSP)
Coordenador: Nilson José Machado

ALGORITMOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Marília Centurión
mrcenturion@ig.com.br
São Paulo, novembro de 2008

Situação problema:

Uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho conhecido, rápido e direto que o leve à solução.

É necessário, portanto um processo de reflexão ou tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos.

Algoritmo[1]:

[Do lat. med. algorismos, algorithmos, 'algarismo', por infl. do gr. arithmós, 'número'.]

Processo de cálculo, ou de resolução de um grupo de problemas semelhantes, em que se estipulam, com generalidade e sem restrições, regras formais para a obtenção do resultado, ou da solução do problema.

[1] Novo Dicionário Aurélio, editora Nova Fronteira.

• I. A invenção de possibilidades

> *Aquilo a que chamamos inteligência é, antes de mais, a capacidade que a inteligência tem de criar-se a si própria, capacidade por demais impressionante, que não pode ser ignorada friamente. Trata-se de uma história cheia de intrigas, com muitas personagens - a percepção, a memória, a imaginação, os sentimentos - enlaçadas numa trama de competências e domínios.*
> (MARINA, 1995, p.10)

A ênfase da técnica no trabalho com algoritmos para efetuar operações matemáticas, utilizando rotinas preestabelecidas, sem espaço para que o aluno possa refletir sobre os passos percorridos, tolhe a capacidade criadora dos mesmos em desenvolver estratégias e procedimentos diferentes dos usuais. Limitamo-nos a exercitar uma técnica quando enfrentamos situações ou tarefas já conhecidas, que não representam nada de novo e que, portanto, podem ser resolvidas pelos caminhos ou meios habituais.

Por outro lado, no ensino dos algoritmos, os passos a serem seguidos não devem estar desprovidas de significado, em meras rotinas aprendidas por repetição e automatizadas, sem que o aluno saiba transferi-las ou generalizá-las a situações novas, pois como seu intérprete, ele certamente deve conferir os passos dados ao longo do percurso para se assegurar que está se aproximando de seu objetivo.

Ao contrário desta prática, ainda vigente em algumas salas de aula, é preciso levar os alunos a trilharem seu próprio caminho, na escolha de alternativas entre tantos possíveis, libertando-os das amarras da técnica para o vôo do possível, como descreve Marina:

> *A liberdade é a capacidade de negociar com as nossas limitações e investir bem os nossos recursos.*
> (MARINA, 1995, p.126.)

Ao ressignificar os algoritmos, a partir da construção de novos procedimentos, o aluno faz conjecturas, pode avançar ou recuar ao longo das etapas, mudar o percurso, criar atalhos, detectar isomorfismos[2] entre algoritmos diversos, passando de mero espectador, ao papel de ator.

Tais preocupações com a prática pedagógica não são prerrogativas dos dias atuais. Já no século XVII, Comenius, em sua "Didática Magna", [3] apontava a importância de um papel ativo do aluno na construção de seu conhecimento:

> "*Pretendemos apenas que se ensine a todos a conhecer os fundamentos, as razões e objetivos de todas as coisas principais, tanto as que existem na natureza quanto das que se fabricam, pois somos colocados no mundo, não somente para que nos façamos de espectadores, mas também de atores".*

É preciso distanciar o uso implícito de regras da rotina, do automatismo ou mesmo da imitação na execução dos algoritmos das operações, da capacidade criadora da invenção de possibilidades.

Nilson José Machado ao defender seu Ponto de Vista no artigo "Os algoritmos devem ser ensinados?"[4] , pondera;

> *Se uma criança aprende um algoritmo para realizar determinada operação, ela perde a oportunidade de construir o próprio caminho para realizá-la, ou enriquece o seu repertório?*
>
> *Repetir ou inovar; copiar ou produzir o que antes não existia; submeter-se a uma autoridade ou tornar-se um autor: eis aí pares de ações de aparência antagônica, mas que, na verdade, constituem elementos complementares nas gramáticas e nas dinâmicas da criação.*

---

[2] *Iso-*, "mesma"; *morfo*, "forma".

[3] Comenius, J. A. *Didática Magna*, Lisboa: Gulbenkian, 1976, p. 146.

[4] Revista PÁTIO, ANO XI, número 41, feb/abr 2007, p.49.

• II. A Resolução de Problemas como estratégia do ensinar-aprender

> *Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, sua marca na mente e no caráter.*
> (POLYA, 1978, Prefácio à Primeira Tiragem, p. V)

A finalidade do ensino é promover, nos alunos, a compreensão dos problemas que investigam. Compreender é ser capaz de ir além da informação dada, é poder reconhecer as diferentes versões de um fato e buscar explicações além de propor hipóteses sobre seus pontos de vista.

A metodologia da Resolução de Problemas tem sido apontada como a *própria razão do ensino de Matemática* (KRULIK, 1997). Ao dar espaço para a atividade criadora do educando, o professor delega a este o papel de ator, enquanto o professor, ao observar e analisar as heurísticas construídas pelos alunos, toma o papel de espectador.

É importante que nas atividades de sala de aula a distinção entre a técnica (atividades de fixação), e a resolução de problemas esteja bem definida e que fique claro para o aluno que a resolução de problemas exige algo mais de sua parte do que um simples exercício repetitivo.

• III. Em busca do saber e do fazer: a construção de algoritmos pelas crianças

> *A atividade criadora transmuta o trivial em sugestivo*
> (MARINA, 1995, P.177)

De tanto serem repetidos e compartilhados, os algoritmos das operações quase que aparecem, aos olhos dos estudantes das séries iniciais como se tivessem existido sempre, do modo simplificado como se lhes é apresentado.

Muitas vezes, nós professores somos os responsáveis por essa errônea interpretação dos alunos, pois a sucessão de passos é dada como a **única maneira** de se efetuar a operação desejada. É importante que a Matemática seja apresentada aos alunos como o resultado de uma construção humana, em interação com os contextos natural, social e cultural.

No ensino de Matemática, tanto a construção de estratégias pessoais de cálculo quanto a capacidade de resolver problemas implica em conceber e testar conjecturas. Trata-se de um processo dinâmico e contínuo no qual o aluno não pode ter um papel secundário.

Podemos ficar bastante intrigados com a ruptura das regras convencionais; afinal, para somar não é necessário escrevermos os números "unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena" nem é necessário que "adicionemos primeiro as unidades, depois as dezenas". Aliás, no cálculo mental, isso quase nunca é realizado.

Por outro lado, as análises das estratégias dos alunos em seus processos de cálculo constituem importante instrumento de aprendizagens, verdadeiro repertório de propriedades e conceitos, apresentados de modo subliminar.

- **IV. De quantas maneiras pode-se dividir o retângulo em quatro partes de mesma área?**

> *É certo que a inteligência se caracteriza por resolver problemas, mas distingue-se antes de mais por os colocar.*
> (MARINA, 1995, p.255)

Propusemos esse problema a diversas pessoas, dos mais diferentes níveis de instrução e de idades. Desde crianças com menos de dez anos e seus professores, até alunos do Ensino Médio.

As respostas, que podemos considerar como representações mentais de cada "resolvedor" da situação apresentada, foram as mais diferentes possíveis, originalíssimas! O problema apresentado era um só. Mas a maneira de cada pessoa representar a situação varia, dependendo dos interesses e das experiências anteriores. Por isso, podemos dizer que o conhecimento que temos de problema não é o problema em si, mas nossa maneira de representá-lo e interpretá-lo.

É comum, no estudo das frações, apresentar-se figuras divididas em partes iguais. Muitas dessas figuras são retângulos, divididos em outros quatro retângulos. No entanto, o conceito de fração de uma figura, no caso representada por um retângulo, não exige a divisão desta figura em partes congruentes (com a mesma forma), mas sim a divisão desta figura em outras tantas (tantas quanto o denominador da fração indicar) de mesma área, ou seja, em figuras equivalentes.

Rompendo com o que é tradicionalmente apresentado, procuramos saber como crianças de quinta série dividiriam o retângulo, se este não fosse previamente dividido. O resultado dessa investigação foi concluir que os alunos apresentaram muito mais possibilidades de respostas do que já havíamos visto ou mesmo imaginado até então...

Essa ruptura com os modelos tradicionais de ensino, no caso com o ensino das frações, apresenta uma mudança de paradigma: mais importante do que fornecermos métodos é ampliarmos oportunidades para pensar e raciocinar; imaginar e compreender; conjecturar e testar as conjecturas. Como podemos incentivar a descoberta por parte dos alunos, se estamos sempre lhe informando aquilo que ele poderia descobrir por si?

Hernandes discute o porquê do heurístico se transformar em receitas:

> *É o reflexo de uma crença, que procede de alguns enfoques educativos, sobretudo tecnológico e instrucional, para os quais a educação escolar se fundamenta num conjunto de regras que, ao segui-las, permite que os alunos aprendam correta e adequadamente.*
>
> *Esse princípio se baseia no reflexo de alguns dos ideais tecnocráticos da sociedade pós-industrial aplicados à escolaridade. O que implica, sobretudo, manter e defender a preocupação por um resultado final, de acordo com algumas regras previamente estabelecidas. Isso significou levar à Escola os métodos e as soluções propostos, frutos de um método social inspirado no pragmatismo (tenho um problema, que solução devo aplicar-lhe, sem ver as causas do problema) a outros âmbitos da sociedade, como a produção agrícola, as empresas mecanizadas, o exército, etc., ...*
>
> (HERNANDEZ, 1998, P.76)

Utilizar a palavra "método", nesse sentido supõe criar a ilusão de que, com isso, se evita a insegurança, pondera Hernandez.

V. Conclusões: o tácito e o implícito no contrato didático

Ao trabalhar com a Resolução de Problemas, há que se ter em mente que nem todos os problemas da vida real têm solução, ou ainda, há problemas com mais de uma solução. Incluir problemas não convencionais, problemas com mais de uma solução ou ainda problemas sem solução é uma forma de se romper com o modelo de ensino centrado na mera repetição ou da memorização de regras. Esta forma de atividade intelectual onde o papel do aluno é muito mais de ator do que de espectador, concorre para o progresso da tão almejada autonomia dos alunos.

O ensino que favorece o raciocínio e desenvolve a criatividade pode ser realizado em conformidade com os currículos existentes, desde que propicie ao educando atividades que possam desencadear a atividade criadora de invenção de possibilidades na resolução de problemas.

Analisar criticamente os algoritmos das operações, conhecer e refletir sobre como a Matemática foi produzida ao longo da história da humanidade, bem como levar os alunos a construir estratégias pessoais de cálculo (algoritmos diferentes dos usuais), pode, não somente ser um procedimento didático competente no que tange à construção de significados, como também ser um recurso fecundo quando nosso trabalho como educadores coloca-nos na perspectiva de proporcionar aos alunos um ressignificar a Matemática, uma vez que os objetos matemáticos passam a ser concebidos como construtos socioculturais e entendê-la como cultura.

Ao se apresentar ao aluno uma situação-problema sem solução ou ainda uma situação que apresente mais de uma solução (o caso da divisão do retângulo em quatro partes de mesma área), mesmo que o aluno perceba uma mudança de paradigma (normalmente os problemas matemáticos apresentados na escola tem solução e esta é única), ele precisa assumir pessoalmente uma ruptura com o contrato didático para poder afirmar que o problema não tem solução ou mesmo para apresentar diversas soluções a um mesmo problema. Infelizmente, muitas vezes o aluno não ousa desrespeitar aquilo que nunca foi dito, mas tem sido a regra do jogo.

Bibliografia:

BROUSSEAU, G. *Os diferentes papéis do professor.* In: PARRA, C.; SAIZ, I. (orgs.) *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas.* Porto Alegre: Artmed, 1996.

CARRAHER, T.N. (org.) *Aprender pensando - Contribuições da Psicologia Cognitiva para a. Educação* Petrópolis: Vozes, 1992.

CENTURIÓN, M.R. *Conteúdo e Metodologia da Matemática- Números e Operações.* São Paulo: Scipione, 1994.

D' AMBROSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.* São Paulo: Summus, 1988.

D' AMORE, B. *Epistemologia e didática da matemática.* São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DEWEY, J. *Como Pensamos.* São Paulo: Nacional, 1979.

FREUDENTHAL, Hans. *Perspectivas da Matemática.* Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

KAMMI, C. ; JOSEPH, L. L. *Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KRULIK, S. ; REYS, R. E. *A resolução de problemas na matemática escolar.* São Paulo: Atual, 1997.

MACHADO, N. J. *Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente.* São Paulo: Cortez, 1995.

MARINA, J. A. *Teoria da inteligência criadora.* Lisboa: Editorial Caminho, 1995.

PARRA, C.; SAIZ, I. (orgs.) *Didática da Matemática : reflexões psicopedagógicas.* Porto Alegre: Artmed, 1996.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas.* Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

PONTE, J. P. *et al. Investigações matemáticas na sala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POZO, J. I. (org.) *A solução de problemas.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

RATHS, L. E. ; JONAS, A. ; ROTHSTEIN, A. M. ; WASSERMANN, S. *Ensinar a pensar.* São Paulo: E.P.U., 1977.

SAIANI, C. *O valor do conhecimento tácito: a epistemologia de Michael Polanyi na escola.* São Paulo, Escrituras, 2004.

SEE/ Secretaria do Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Brasília: MEC/SEF, 1997.

STERNBERG, R. J. *Psicologia cognitiva.* Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.