

Seminários de Ensino de Matemática
Investigação Matemática em sala de aula
Fernanda Fuentes Azambuja

Coordenador: Prof. Nilson José Machado FEUSP, 2º Semestre/ 2008



- Investigar: Indagar, inquirir, pesquisar. Examinar com atenção. Procurar conhecer o que não se sabe.
- Investigar (Matemáticos): Descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos procurando identificar suas respectivas propriedades.

Papéis da investigação matemática

- Poderoso processo de construção do conhecimento.
- Pode despertar nos alunos o gosto pela Matemática
- Favorece construção de um trabalho crítico e independente.
- Através da investigação, perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e sua intervenção sobre ele.

3 Fases da investigação Matemática

- Introdução de tarefas.
- Realização da investigação.
- Discussão dos resultados.

Introdução da tarefa

Fase crítica (dela depende todo o resto).

O professor tem que garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta.

Para isso é necessário:

- Leitura conjunta.
- Ambiente. (o aluno tem que se sentir à vontade)
- Tempo.
- Apoio do professor. (porém o sucesso depende da iniciativa do aluno)

Desenvolvimento do trabalho (realização da investigação)

- O professor deve desempenhar um papel de retaguarda.
- Formulação de conjecturas. (observação, manipulação e analogia de outras conjecturas)
- Registro.

(O trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa)

Fase final (discussão da investigação)

- Balanço do trabalho realizado.
- Os alunos põem em confronto suas estratégias, conjecturas e justificativas.
- Professor – papel moderador – estimular os alunos a questionarem-se mutuamente.
- Sistematização das idéias principais.
- Reflexão sobre o trabalho.

Discussão

- Esta fase é fundamental porque favorece um entendimento mais rico do que significa investigar.
 - Desenvolve a capacidade de comunicar-se matematicamente.
 - Leva a reflexão sobre seu trabalho.
 - Desenvolve poder de argumentação.
- (Sem a discussão final corre-se o risco de toda a investigação realizada perder o sentido)

Os papéis do professor numa aula de investigação

- Desafiar os alunos.
- Avaliar o processo.
- Raciocinar matematicamente.
- Apoiar o trabalho dos alunos sem que os alunos percam sua autonomia.
- Garantir que o trabalho flua.

Desafiar os alunos

- Estimular a criatividade nas explorações.
- Interrogar matematicamente as situações e formular boas questões especialmente quando chegam a um impasse.

Avaliar o processo

- Recolher informações.
- Observar se os alunos compreenderam bem as tarefas.
- Ficar atento a forma com que os alunos encaram o trabalho (se estão realmente realizando investigação).
- Acompanhar o trabalho dos alunos da forma mais próxima possível.
- Perceber onde os alunos querem chegar.
- Incentivar o registro escrito e organizado.

Raciocinar matematicamente

- Deve existir por parte do professor, uma predisposição para manifestar, perante os alunos, o seu raciocínio matemático.
- A realização de investigação, proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos e até mesmo extra-matemáticos, o professor deve estar atento a essas oportunidades para estimular o aluno a refletir sobre elas.

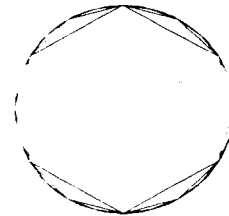
Apoiar o trabalho do aluno

- Durante a investigação o professor deve colocar questões mais ou menos diretas.
- Fornecer ou recordar informações relevantes.
- Fazer síntese e promover a reflexão dos alunos.
- Privilegiar uma postura interrogativa

“ A participação ativa do aluno representa a melhor forma de construir o conhecimento..., o aluno é convidado a discutir, a ouvir, a refletir, a conjecturar, enfim, a fazer matemática.”(LONGEN,A.2004,p.3)

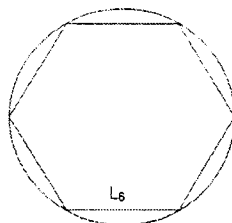
Investigação geométrica

- Cálculo do π pelo método de Arquimedes



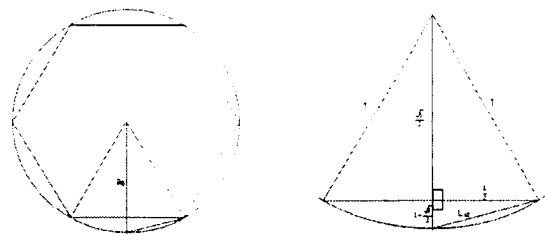
$$\pi = \frac{L_n}{2r}$$

Considerando $r = 1$, $L_6 = 1 \Rightarrow \pi = \frac{6}{2} = 3$



Cálculo de L_{12}

Ampliando a figura

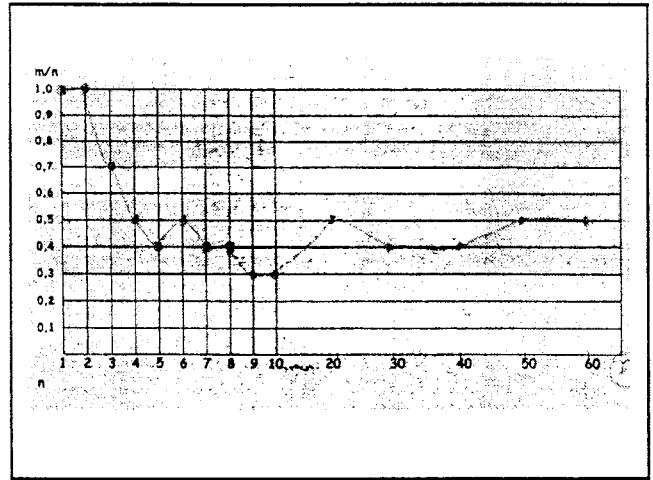


$$(L_{12})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + 1 - \sqrt{3} + \frac{3}{4} = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow L_{12} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\pi = \frac{12L_{12}}{2} = 6L_{12} = 6\sqrt{2 - \sqrt{3}} = 6\sqrt{2 - 1.7320508} = 6\sqrt{0.2679492} = 6 \cdot 0.517638 = 3.105828$$

$\pi \approx 3,105828$

n	m/n	n	m/n
1	1	8	0,38
2	1	9	0,33
3	0,66	10	0,3
4	0,5	20	0,25
5	0,4	30	0,23
6	0,5	40	0,25
7	0,4	50	0,26
		60	0,26



Investigação trigonométrica

Ângulo de 30°
Medida do cateto oposto: 10
Cateto adjacente: 17,32
Hipotenusa: 20

Ângulo de 45°
Medida do cateto oposto: 10
Cateto adjacente: 10
Hipotenusa: 14,14

Ângulo de 60°
Medida do cateto oposto: 10
Cateto adjacente: 5,77
Hipotenusa: 11,55

Construção de um Teodolito

Teodolito construído pelos alunos.

Retirado do caderno de laboratório de Matemática do CAEM (centro de aperfeiçoamento do ensino da matemática)

Situação 1

- O aluno deve calcular a altura de uma Palmeira que está na escola.

Para tal deve apenas utilizar um triângulo retângulo simples e aplicar a tangente do ângulo medido por eles.



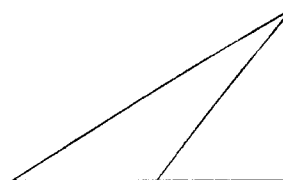
$tg = \frac{CO}{CA}$
 $tg 60^\circ = \frac{h}{7}$
 $1.732 = \frac{h}{7}$
 $12.123 = h$
 $12.123 - 1.71 = 10.413 = h$

Situação 2

- O desafio é: encontrar a altura de um prédio que esta fora da escola onde há um muro que os separa.



A segunda situação requer mais abstração e uma estratégia mais elaborada.

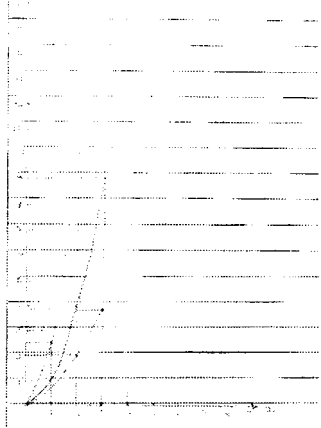


$tg = \frac{h}{7}$
 $tg 60^\circ = \frac{h}{7}$
 $1.732 = \frac{h}{7}$
 $12.123 = h$
 $12.123 - 1.71 = 10.413 = h$

De que maneira podemos justificar, matematicamente, a forma de alvéolos adotadas pelas abelhas para armazenar o mel que produzem?

$6 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin(60^\circ) \right) = 3 \cdot a^2 \cdot \sin(60^\circ) = 2.598 \cdot a^2$

- *“Considerando que todos os sólidos têm a mesma altura, podemos concluir, pelo gráfico, que com a mesma medida da aresta da base, temos uma capacidade maior.”*



Referências

- Ponte J. P., Brocardo J., Oliveira H. Investigações matemáticas na sala de aula – Belo Horizonte, 2006. *Tendências em educação Matemática.*
- Fiorentini D., Lorenzato S. *Investigação em Educação Matemática* – Campinas, SP: Autores Associados, 2007 (Coleção Formação de Professores).
- Moysés L. *Aplicações de Vigotsky à educação matemática* – Campinas, SP: Papirus 1997 – (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico)
- Ponte J. P. – *Didáticas específicas na construção do conhecimento profissional* – Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa.
- Cordani L. K. – *Estatística para todos* – SINAPE 2002.