Epistemologia e História: anotações para uma História da Matemática às Avessas

Antonio Carlos Brolezzi – IME/USP
brolezzi@usp.br

Resumo: Estas notas visam apresentar algumas observações sobre a relação entre Epistemologia e História da Matemática, como forma de refletir sobre o ensino superior de Matemática, propondo a utilização da História da Matemática às Avessas para transcender a linearidade das abordagens histórico-epistemológicas da Matemática.

And since that time it is eleven years;
For then she could stand alone; nay, by the rood,
She could have run and waddled all about;
For even the day before, she broke her brow:
And then my husband--God be with his soul!
A' was a merry man--took up the child:
'Yea,' quoth he, 'dost thou fall upon thy face?
Thou wilt fall backward when thou hast more wit;
Wilt thou not, Jule?' and, by my holidame,
The pretty wretch left crying and said 'Ay.'
To see, now, how a jest shall come about!
I warrant, an I should live a thousand years,
I never should forget it: 'Wilt thou not, Jule?' quoth he;
And, pretty fool, it stinted and said 'Ay.'

Shakespeare, *Romeo e Julieta*, Ato 1, Cena 3

História da Matemática e Princípio Genético

A ordem de apresentação de um conteúdo de Matemática deve seguir a ordem do seu desenvolvimento histórico? Estudar o passado da Matemática ajuda a entender seu estado atual? É um equívoco avaliar conceitos passados com idéias que viriam a ser desenvolvidas muito tempo depois? A resposta a essas três perguntas tem sido, durante muito tempo e para a maioria das pessoas interessadas nestes temas, um grande "sim". Recentemente, entretanto, essas idéias começaram a ser seriamente questionadas.

Em um estudo recém publicado, Antonio Miguel e Maria Ângela Miorim, em sua obra *História na Educação Matemática: propostas e desafios*, procuraram estudar a fundo os argumentos por trás dos que defendem o recurso à História da Matemática para ensinar Matemática melhor. Nesse estudo, identificam a relação de causalidade entre o passado e o presente como a questão teórica básica no que se refere ao uso de História no ensino de Matemática, que se referiria

> aos tipos de vínculo que se intenta promover entre a produção sócio-histórica do conhecimento – particularmente, e sobretudo, do conhecimento matemático – no passado (filogênese) e a produção e/ou apropriação pessoal desse conhecimento no presente (psicogênese). (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 70)

Aprofundando nos estudos dos tipos de vínculos entre filogênese e psicogênese, esse autores descrevem a controvérsia da

> pertinência ou não da adoção de um ponto de vista recapitulacionista como forma de se justificar o estabelecimento de vínculos entre a filogênese e a psicogênese do conhecimento matemático (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 73).

Uma forma particular do princípio recapitulacionista referida seria o chamado "princípio genético", espécie de versão pedagógica da "lei biogenética" de Ernst Haeckel (1834-1919): "a filogênese recapitula a ontogênese". Nessa versão pedagógica, todo indivíduo, em sua construção do conhecimento, passaria por estágios que a humanidade teria passado (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 40). Assim, o princípio genético teria clara origem positivista, uma extensão da lei dos três estados de Auguste Comte, que afirma que tanto o indivíduo quanto a espécie humana percorreriam os três estágios seqüenciados de explicações de fenômenos: o teológico, o metafísico e o positivo[1]. (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 76)

Nessa obra é apresentado e criticado esse primeiro tipo de argumento sobre o uso de História, que denominam de **Perspectiva Evolucionista Linear**. Apresentam e fazem a crítica também da chamada **Perspectiva Estrutural-Construtivista Operatória**, que aparece nos trabalhos de Jean Piaget e Rolando Garcia, e da **Perspectiva Evolutiva**

---

[1] Domenico de Masi propõe outra ordem de desenvolvimento da humanidade, quase invertendo a ordem dos estados comteanos: *Numa ordem temporal, portanto, primeiro nasceu a tecnologia, depois a teologia e por fim a estética* (De Masi, 2003, p. 62).

Descontínua, desenvolvida pela chamada escola francesa contemporânea de didática da Matemática, tendo como fonte de inspiração os trabalhos de Gaston Bachelard (1884-1962) e como divulgadores Guy Brousseau e Michele Artigue, entre outros. A crítica a essas perspectivas se baseia em grande parte na consideração de que seria ilegítima a tentativa de espelhar, no âmbito escolar, semelhanças entre a seqüência histórica (e eventualmente os obstáculos encontrados nessa marcha) e a forma de abordar o conteúdo na sala de aula.

A referência à hipótese do paralelismo onto-filogenético é lugar comum entre os pesquisadores e autores de livros de História da Matemática. Em 1991, ao concluir alguns estudos sobre as fontes e o valor didático da História da Matemática, a fim de apresentar a dissertação de Mestrado em Educação, concluíamos:

> Os estudos históricos deixam muito clara uma distinção entre a forma lógica inicial, presente nas origens da Matemática, e sua posterior e paulatina sistematização. A lógica natural, presente na construção histórica do conhecimento matemático, está novamente presente no processo de aprendizagem da Matemática elementar. Para justificar esse fato, por vezes se faz referência à hipótese do paralelismo onto-filogenético, sugerindo que o processo de ensino/aprendizagem deva se pautar pela seqüência de construção do conhecimento fornecida pela História. Essa hipótese, porém, não é condição necessária para justificar o valor didático da História da Matemática. Inclusive, tomado literalmente, esse paralelismo pode conduzir a absurdos, pois não existe um princípio claro que determine a evolução da Matemática como um todo. Mas cada tópico específico pode ser logicamente estruturado segundo a Matemática em construção, sendo os livros de História da Matemática por assunto os mais apropriados para esse tipo de utilização pedagógica.
>
> (...) Com isso, torna-se possível que o aluno descubra a dimensão de liberdade da criação da Matemática e ao mesmo tempo compreenda melhor sua aplicabilidade real. O distanciamento propiciado pela História é, assim, imprescindível para se obter uma visão de conjunto do edifício matemático que se almeja construir no ensino elementar. (BROLEZZI, 1991)

Destacam-se aqui alguma idéias a respeito do possível uso de História da Matemática no ensino:

1. há uma distinção entre a Matemática em construção e a Matemática sistematizada;
2. o uso da História intitulado "Arte de Contar" e definido naquela dissertação, aplicava-se fundamentalmente à chamada Matemática elementar, que vai até ao final do ensino Médio, também considerada a Matemática do cidadão, isto é, a que deve ser aprendida por todos;
3. a lógica natural, presente na construção histórica do conhecimento matemático, está novamente presente no processo de aprendizagem da Matemática elementar;
4. a hipótese do paralelismo onto-filogenético é insuficiente e inadequada para justificar o uso da História.

Naquele texto, apontávamos que, mesmo Piaget e Garcia, ao escreverem sobre a psicogênese do conhecimento científico, não teriam se arriscado a ser categóricos:

> No devir histórico, os fatos não são, em geral, claros, nem os efeitos tão facilmente isoláveis. O progresso científico, a busca de determinadas formas de explicação, a aceitação ou a rejeição de conceitos e de teorias de um certo tipo respondem, no mais das vezes, a um jogo de interações complexas, em que os fatores sociais e as exigências internas do próprio sistema cognitivo são complementares e reforçam-se ou opõem-se e atenuam-se (PIAGET & GARCIA, 1987, p. 236).

Haveria assim uma complexa rede de interações impondo sérias dificuldades a quem pretende estudar a História da Matemática visando descobrir um princípio geral da evolução do conhecimento matemático que possibilite a interpretação e conseqüente utilização didática da História da Matemática. Como adverte Boyer, nas páginas finais da sua História da Matemática:

> Pelo conhecimento do passado pode-se prever num sentido muito geral o que o futuro pode conter. Mas se há um elemento de verdade no aforismo "a História se repete", a História da Matemática mostrou

> contudo que as "repetições" são tão variadas e imprevistas que impedem qualquer previsão significativa das coisas que estão para vir. (BOYER, 1974, p. 459)

Essa ausência de um princípio claro que determine uma certa evolução histórica da Matemática, essa verdadeira indeterminação histórica, permitiria apenas uma vaga idéia de uma analogia ampla entre o ensino e a História da Matemática. Pensamos que isso até pode ser aplicável ao ensino, mas em uma visão de conhecimento como rede de significados, a discussão sobre a melhor ordem de apresentação de um conteúdo não faz muito sentido. O papel da História fica bem definido por mostrar uma das propriedades fundamentais da rede: a metamorfose. Entretanto, pensamos ser necessário contrapor uma concepção linear evolutiva da Matemática com uma visão que inverta o sentido da História, pois isso revelaria uma multiplicidade de caminhos para a construção de significados no ensino – particularmente no ensino superior.

História da Matemática e ensino superior

A simples reprodução das etapas da construção histórica do conhecimento matemático é insuficiente ou inadequada para se obter um ensino adequado ao aluno da Escola Básica. Mas Aaboe (1984) sugere que há algo muito interessante nesse paralelismo entre desenvolvimento científico e ensino superior:

> Um principiante deve começar pelo início, e o começo é freqüentemente composto de material velho. Posso ilustrar isso com uma citação biológica que, devido a sua forma curiosa, gravei na memória. Diz que a ontogenia recapitula a filogenia, e isso significa que, no desenvolvimento de um indivíduo, vemos, em passagem rápida, o desenvolvimento de toda sua espécie. Tomada literalmente, esta afirmação pode conduzir, e tem conduzido, a todo tipo de absurdos, mas apropriadamente restrita contém algo de verdadeiro. Da mesma maneira modificada, ela se aplica à espécie dos matemáticos. O desenvolvimento embriônico de um matemático, isto é, a educação que o conduz dos princípios até à frente de pesquisa de sua época, segue com efeito, grosseiramente, o desenvolvimento da própria Matemática (AABOE, 1984, p. 5).

No próprio texto de MIGUEL e MIORIM é apresentada uma idéia semelhante proposta por Grattan-Guinness (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 65), que afirma, embora sem muita explicação, que seja utilizada História da Matemática no ensino superior, mas não no ensino básico.

Assim, enquanto há uma grande controvérsia em torno da utilização do princípio recapitulacionista no ensino básico, no ensino superior esse princípio tem sido apontado como algo útil, que pode gerar alunos criativos.

Parece natural que, ao pensar sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, procuremos projetar ao ensino superior idéias didáticas que são aplicadas à Escola Básica. Pensando agora na Matemática que se aprende na Universidade, como fica a transposição dos resultados da pesquisa sobre o valor didático da História da Matemática para o ensino superior? Essa transposição seria possível?

Tais preocupações estiveram particularmente presentes em nosso plano de trabalho para ingresso na carreira docente no IME-USP em março de 2002. A investigação sobre o valor didático da História da Matemática para o ensino superior, bem como a experiência na docência em disciplinas de Matemática no ensino superior, geraram algumas idéias que gostaríamos de partilhar neste momento, visando a uma reflexão sobre as relações entre Epistemologia e História da Matemática para pensar a didática do ensino superior.

Em um estudo apresentado no VII EPEM - Encontro Paulista de Educação Matemática em junho de 2004, dentro no Grupo de Discussão Temático intitulado *Praticas e currículos de Matemática no ensino médio* e coordenado pelo Prof. Paulo Sergio de O. Neves, do Colégio Santa Cruz, discutimos *Mudanças na Matemática da Escola Básica para o ensino superior: reflexo no uso de História da Matemática* (BROLEZZI, 2004). Naquele texto, comentando que estudos sobre o ensino superior podem pretender adotar modelos e estratégias de ensino que são oriundas de pesquisas e práticas de ensino básico, transpondo a forma de pensar própria desses níveis, apontamos para a hipótese de que o uso da História da Matemática adquire caráter diferente no ensino superior.

A razão para isso residiria na idéia de que a Matemática do ensino superior é muito mais formal, portanto mais próxima da lógica da chamada ciência pronta. O conceito de demonstração adquire, no ensino superior, outro valor. Na dissertação de mestrado mencionada acima, nos referiamos a obra de Moles *A Criação Científica*, em que se mostra que diversos tipos de demonstração no esquema simbólico da *Matriz de Comunicação Pedagógica*, em que cada posição linha/coluna supõe o recurso a um sistema lógico distinto conforme a natureza das evidências elementares adequadas para que a comunicação seja eficaz (MOLES, 1971, p. 37). Podemos situar a Matemática Superior em uma posição da matriz em que a comunicação se dá entre matemáticos, professores de Matemática e usuários da Matemática.

Sabemos que a lógica própria da Matemática enquanto ramo específico do conhecimento científico, enquanto Ciência sistematizada, é a Lógica Formal. Para que uma proposição seja matematicamente aceitável, necessita de uma prova formal, cuja validade seja referendada pela comunidade científica, segundo alguns critérios de rigor (sempre relativos, mas aceitos conforme a prática social). No nível elementar é muito claro que o caminho lógico do aprendizado não é o mesmo da Matemática pronta, sistematizada. No nível superior, qual a lógica a ser seguida?

Uma certa visão da Matemática em construção é obtida pelo estudo da História da Matemática, grande fonte para a apreensão da organização lógica adequada ao ensino da Matemática no nível elementar, onde os padrões lógico-formais estão ainda mais distantes dos alunos. Para o nível superior, surgem outras questões e a Epistemologia se apresenta como fundamental contraponto para a História.

Matemática no ensino superior: o caso do Cálculo

Consideremos então a natureza peculiar da Matemática, em sua mudança na passagem para o ensino superior. Apresenta-se aos alunos uma nova cultura, em que as idéias anteriores muitas vezes não são suficientes, outras vezes atrapalham o aprendizado de algo novo, como descreve Michele Artigue[2]:

> (...) high school and the university develop profoundly different relationships for common mathematical objects, for example, those of calculus – limits, derivatives, and so on. For this reason university teachers encounter serious difficulties in bringing out the knowledge of the students and are lead to the impression that the students know nothing. (ARTIGUE, 1999)

> Formalised concepts such as the formalised concept of limit cannot be built in continuity with the intuitive sources linked to social and physical experience. They essentially are proof generated concepts (...) Understanding such mathematical needs is far from the mathematical culture of secondary and even university students, and specific strategies have to be designed in order to allow then to enter this new culture. (ARTIGUE, 2002)

> (...) the construction of the real number field introduced at the universitary level remais largely ineffective if students are not confronted with the incoherences of their conceptions and the resulting cognitive conflicts (ARTIGUE, 1999)

Há uma clara tendência entre os professores do ensino superior de querer, ante essa dicotomia, optar não por trabalhar os conhecimentos prévios dos alunos, ajudando-os a reconstruir os conceitos, mas sim em uma tentativa de adiar os conceitos mais difíceis e permanecer ainda um tempo maior com uma abordagem mais concreta, mais próxima do ensino básico, mesmo sobre assuntos do ensino superior.

---

[2] Falamos mais sobre o Cálculo e a passagem ao ensino superior em BROLEZZI (2004)

No caso particular do Cálculo, considerado porta de entrada para a Matemática superior, há quase uma unanimidade entre os professores que se interessam por problemas do ensino superior em entender que seria preciso seguir mais a ordem histórica da construção do Cálculo, que é inversa da ordem geralmente adotada nos livros textos. Dessa forma, a conclusão é adiar as abstrações mais fortes, como a fundamentação dos limites em termos de números reais. A linguagem dos épsilons e deltas tornou-se o bode espiatório neste processo. Em um artigo importante, Geraldo Ávila apresenta essa proposta categoricamente:

> E temos plena convicção de que os fundamentos da Análise, como a definição ε-δ de limite, não deve figurar no início do ensino do Cálculo. (ÁVILA, 2002)

A proposta de adiar os fundamentos do Cálculo no ensino superior se baseia em um argumento epistemológico: a ordem histórica de construção do Cálculo mostra que a Análise veio muito tempo depois do Cálculo propriamente dito, logo, seria preciso respeitar essa ordem histórica e não expor os alunos a conceitos que surgiram duzentos anos após a criação do Cálculo.

Ocorre que as idéias da Análise não são apenas conseqüências, mas causas de outras idéias importantes. Matemática ajuda a aprender Matemática. Matemática também tem como contexto a própria Matemática, fonte de seus próprios problemas, analogias, metáforas. Ao invés de postergar o Cálculo mais sutil, estudos sobre seu ensino propõe pelo contrário antecipar a forma de pensar, a cultura Matemática que dá sentido ao Cálculo, para antes, para o ensino básico:

> (...) o sucesso do ensino superior de Cálculo está condicionado a uma preparação das idéias básicas do Cálculo no ensino básico de Matemática. Ao permitir o Cálculo participar efetivamente da tecedura do conhecimento matemático do ensino básico, acreditamos que as dificuldades de aprendizagem do ensino superior de Cálculo serão em grande parte superadas, tanto quanto as do próprio ensino de Matemática,
>
> A evitação/ausência das idéias e problemas construtores do Cálculo no ensino básico de Matemática constitui, efetivamente, o maior obstáculo de natureza epistemológica do ensino de Cálculo, e porque não dizer do próprio ensino de Matemática. É incompreensível que o Cálculo, conhecimento tão importante para a construção e evolução do próprio conhecimento matemático, não participe do ensino de Matemática. O Cálculo é, metaforicamente falando, a espinha dorsal do conhecimento matemático.
>
> (...) O que se quer, isto sim, é possibilitar ao Cálculo exercer no ensino básico de Matemática o mesmo papel epistemológico que ele realizou no processo de construção do conhecimento matemático no âmbito científico. (REZENDE, 2003)

Assim, tomado como porta de ingresso no modelo de Matemática superior, o Cálculo representa um peculiar tópico de estudo para considerar o uso de História da Matemática. A História do Cálculo apresenta-se como modelo do mistério que cerca a gênese das idéias da Matemática superior. Os conceitos básicos do Cálculo não estão na origem do Cálculo. SAD (2002) aponta em uma análise histórico-epistemológica que Newton trabalhava com noções da Física, portanto com considerações sobre o movimento. GRABINER (1983) afirmava que as motivações do Cálculo não estavam na Física, mas na própria Matemática, no estudo dos resultados de Euclides, Arquimedes, Cavalieri, Fermat, Descartes e Barrow. A idéia de que os limites devem ser colocada em um momento posterior ao da gênese das idéias do Cálculo suscita controvérsias. POURCIAU (2001) afirma que, na História dos limites, Newton surge geralmente como confuso e vago, em oposição ao um Cauchy mais rigoroso. Mas analisando os textos de Newton, Pourciau afirma que o mesmo teria uma idéia de limite muito próxima da idéia posteriormente estabelecida.

A idéia é que os conceitos matemáticos mais complexos não tenham surgido de uma natural prolongação do senso comum, mas sim de uma criação peculiar que não se mostre, mesmo aos seus criadores, todo o seu potencial de aplicação, nem todos os problemas de sua fundamentação. Segundo Grabiner (1983), os conceitos matemáticos são primeiro usados, depois descobertos, explorados e desenvolvidos, para somente ao final serem definidos. No caso do conceito de derivada, afirma que Fermat o utilizou, ainda que implicitamente; Newton e Leibniz o descobriram, de modo quase simultâneo e talvez independente; Lagrange deu-lhe um nome e forneceu suas principais características; apenas após um período longo Cauchy e Weierstrass definiram o conceito.

O interessante é que Grabiner lamenta que a seqüência geralmente adotada no ensino seja a inversa a seqüência histórica. Diz que a ordem inversa não deixa entrever a beleza da criação Matemática. Mas pensamos que a ordem cronológica tampouco poderia mostrar a beleza da criação matemática. A beleza vem das possibilidades de inversão da ordem histórica, permitindo uma multiplicidade de caminhos dentro da rede de significados.

Algumas idéias aparecem quando se debruça sobre a questão de como usar a História no ensino superior. A Matemática foi considerada estranha demais para ser incluída na perspectiva das revoluções científicas de Thomas Kuhn, que é mais propriamente aplicada às ciências experimentais[3]. Bachelard, em *A formação do Espírito Científico*, ao falar de obstáculos epistemológicos, diz:

> Aliás, para concluir nossa tarefa nesse sentido, seria preciso estudar, do mesmo ponto de vista crítico, a formação do espírito matemático. Reservaremos esse assunto para outro livro. A nosso ver, essa divisão é possível porque o crescimento do espírito matemático é bem diferente do crescimento do espírito científico em seu esforço para compreender os fenômenos físicos. Com efeito, a História da Matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Não conhece períodos de erro. Logo, nenhuma das teses que sustentamos nesse livro se refere ao conhecimento matemático. Tratam apenas do conhecimento do mundo objetivo (BACHELARD, 1996, p. 28).

Não cabe aqui discutir se a visão de Bachelard sobre a inexistência de períodos de erro na História da Matemática é ou não válida (de fato, há exemplos de idéias aceitas em uma época que depois passaram a ser consideradas errôneas. Seriam erros?). O que interessa mais é que esse tipo de separação da Matemática das outras ciências, feita por Kuhn e Bachelard, nos levou a pensar que, ao considerar a História para pensar o ensino superior, seria preciso pensar em algo diferente do que já é proposto para o ensino básico ou para o ensino de ciências em geral.

O que talvez esteja em jogo é a noção de linearidade do desenvolvimento matemático. Tanto a aprendizagem da Matemática, no caso considerado a Matemática superior, quanto sua História, sua epistemologia, não possuiriam essa linearidade que seria de se esperar em um conhecimento tão logicamente estruturado.

No que se refere à aprendizagem da Matemática, ARTIGUE (1998) afirma:

> L'apprentissage des mathématics ne pas un processus "continu". Il nécessite des reconstructions, réorganisations voire parfois de véritables ruptures avec des connaissances e des modes de pensée antérieur. (...) Lápprentissage des mathématiques ne peut être conçu comme une simple progression vers des niveaux croissants d'abstraction. Il met en jeu de façon tout aussi essentielle la flexibilité du fonctionnement mathématique via notament l'articulation de point de vue, de registre de représentation, de cadres de fonctionnement mathématique. (ARTIGUE, 1998)

Essa característica da aprendizagem da Matemática superior – que não segue um simples progresso contínuo rumo a níveis crescentes de abstração – levam a pensar em outras formas de uso da História. É a história às avessas que pode tornar a via de mão única da História em mão dupla, permitindo variar os caminhos.

A Matemática, enquanto corpo científico, apresentaria uma certa peculiaridade do desenvolvimento dos seus conceitos o que teria tornado a Matemática caso especial para o entendimento das revoluções científicas. Haveria

[3] Veja discussões sobre essa questão em MILIES, César Polcino. *História da Matemática, ciência normal e revoluções científicas*. V Seminário Nacional de História da Matemática. Anais. UNESP: Rio Claro, 2003 e também no trabalho do aluno da disciplina de Pós-Graduação do IME intitulada Epistemologia da Matemática disponível em <http://www.ime.usp.br/~brolezzi/kuhn.ps>

então outra utilização fugindo da perspectiva evolucionista linear, com ou sem as quebras representadas pelos obstáculos epistemológicos.

O caráter peculiar da Matemática faz pensar que haja uma inversão da idéia de que é *o passado que explica o presente*. No caso da Matemática, pensada enquanto ciência pronta, desenvolvida, portanto aquela que é mais estudada no nível superior, fica patente que não se mede o valor de um dado conhecimento matemático apenas pela sua aparente falta de aplicação ou mesmo de sentido naquele momento. O estudo da História da Matemática leva a essa conclusão, que foi a mesma a que chegou Wilder ao final de sua pesquisa sobre a evolução dos conceitos matemáticos (WILDER, 1973). Após percorrer toda a História dos principais conceitos matemáticos, Wilder chega a elaborar o que chamou de Carta Magna, que recolhe sua conclusão acerca do critério de avaliação da produção criativa em Matemática:

> Em vista do fato de que a força e utilidade da Matemática aumentaram na medida em que seus padrões conceituais tornaram-se mais e mais abstratos, parece justificável formular o que poderia ser denominado a Carta Magna do trabalhador criativo neste campo:
>
> Não deve ser estabelecido limite algum à natureza ou caráter intrínseco da conceitualização, além do que pode ser imposto pelo mérito científico de suas conseqüências. O julgamento acerca do mérito científico deve ser *post facto*. Em particular, um conceito não será rejeitado devido a critérios tão vagos como "irrealidade" ou devido as modo pelo qual ele foi elaborado (WILDER, 1973, p. 206).

A idéia de que *o futuro determina o passado,* conforme sua enunciação, pode soar a uma pesada heresia. Afinal, um dos maiores "crimes" entre os que se interessam pela História parece ser o de querer projetar, ao passado, idéias e formas de pensar típicas do presente, o que resulta em ridículas "críticas" ao modo de pensar "atrasado" de outras épocas.

Mesmo entrando em um terreno arriscado, pensamos que nossa proposta não tem nada a ver com tal "ilegitimidade", de pretender criar uma História que se amolde aos interesses dessa ou daquela estratégia didática.

Novamente a fonte inspiradora é o texto recente de MIGUEL e MIORIM. Ao criticar a Perspectiva Evolutiva Descontínua originada nos trabalhos de Bachelard, afirmam:

> De fato, a concepção indutivista da História, e particularmente da História e da Filosofia da Ciência e da Matemática, nada mais faz do que tentar proceder a uma análise avaliadora e julgadora da ciência passada com base naquilo que a ciência se tornou no presente. Tudo se passa como se a Matemática contemporânea pudesse constituir critério fidedigno e legítimo para se avaliar as atitudes, as idéias, as formas de procedimento e as opções de nossos antepassados, isto é, a Matemática de nossos antepassados. Tudo se passa como se a Matemática, inevitavelmente, tivesse que se tornar aquilo que se tornou (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 124).

Tais análises, irrefutáveis no que se refere ao ensino de Matemática em geral, parecem não afetar o ensino das disciplinas de Matemática superior, pois, nesse caso, o que se pretende é justamente aprender a Matemática tal como ela se tornou (a crítica a essa Matemática não está excluída aqui, pois é justamente o que se faz na pesquisa atual da Matemática – rever o que está apresentado). Mas no ensino de graduação, o que ocorreu com a Matemática e o seu estado atual é o que se pretende tomar como base. Pensamos assim que, nesse caso, a releitura da História que propomos e batizamos de *História às Avessas* é legítima. Não só isso. Pensamos, mesmo correndo grandes riscos, que não só o presente determina o passado de certo modo, mas também o futuro determina o presente, e iremos divagar a respeito dessa inversão da causalidade cronológica, propondo que, para se entender o presente, não basta conhecer o passado, mas também o futuro.

Pensamos que os conceitos da Matemática superior nascem como pequenas sementes que contém, de alguma forma, a árvore que potencialmente serão um dia. Os conceitos matemáticos, como o de derivada acima referido, teriam, em sua primeira concepção, já embutidos, como sementes, seu futuro desenvolvimento. Somente o futuro dirá se esse conceito foi ou não interessante, como afirmava Wilder. É nesse sentido que pensamos poder fazer uma leitura da poesia epistemológica de Machado (1997):

A Ciência é ótima
Ao contar as sementes
No interior dos frutos
Mas é bem mais reticente
Ao contar os frutos latentes
Em uma simples semente.

Weierstrass, um professor de Matemática às Avessas

A idéia da História às avessas seria uma forma de aplicação da História da Matemática ao ensino superior. Ela surge quando consideramos que a ordem História do desenvolvimento do Cálculo – Integrais, Derivadas, Limites, Números Reiais – é exatamente a oposta do ensino de Cálculo baseado no programa weierstrassiano – Números Reais, Limites, Derivadas, Integrais. A questão aqui é a de pensar em qual seria o objetivo do ensino de Cálculo ou mesmo de Matemática em geral no curso superior. Adotamos a idéia de que o objetivo do ensino de Matemática na Universidade, seja para qual curso for, é a de formar alunos criativos. Nesse sentido, o programa de Weierstrass – que passou a ser incorporado nos cursos de Matemática como *Introdução à Análise* – é interessante de ser pesquisado, pois ele foi o professor de Matemática superior com o maior número de alunos que se tornaram depois matemáticos criativos.

Claro que, ao propor uma inversão na ordem histórica, pensamos em que vantagens isso traria para o ensino e para a compreensão dos conceitos que se pretende ensinar. Em uma compreensão do conhecimento como rede, a ordem da apresentação dos conteúdos deve variar, inversões são muito bem-vindas.

Weierstrass foi professor de colégio durante boa parte de sua vida, até aos 40 anos de idade. Como professor de Matemática, ele às vezes era chamado a lecionar outras disciplinas, como Física, Botânica, Geografia, História, Alemão, Caligrafia e até mesmo Ginástica. Em 1854 publicou um artigo sobre integrais e foi convidado a lecionar em diversas Universidades. A Universidade de Königsberg lhe conferiu o título de Doutor em 31 de março de 1854. Ele aceitou o cargo de professor na Universidade de Berlin em outubro de 1856. No período de 1859/60 Weierstrass lecionou *Introdução à Análise* e estabeleceu os fundamentos da Análise pela primeira vez. Considerado o maior professor de Matemática Avançada, teve como alunos, entre outros, Bachmann, Bolza, Cantor, Engel, Frobenius, Gegenbauer, Hensel, Hölder, Hurwitz, Killing, Klein, Kneser, Königsberger, Lerch, Lie, Lueroth, Mertens, Minkowski, Mittag-Leffler, Netto, Schottky, Schwarz, Stolz e, em 1870, Sofia Kovalevskaya.

Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815-1897)

Weierstrass é autor de diversas inversões interessantes. Lecionou primeiro para o ensino básico, para depois tornar-se professor universitário. Pedia para os alunos irem à lousa, enquanto se sentava nas carteiras com os estudantes. Tentou em vão e apaixonadamente encontrar uma cadeira na academia para sua aluna Sofia, contrariando os ditames sexistas da época. Colocou o estudo dos números reais antes de qualquer outra idéia para entender o Cálculo.

Pensamos poder então considerar como válida a idéia de reverter a ordem histórica no ensino de Matemática superior. Tal proposta incipiente tenta buscar uma analogia entre a onto e a filogênese que permitiria adequar o ensino ao objetivo de permitir aos alunos o desenvolvimento da criatividade.

Nesse sentido, a teoria da História às avessas, se vier a se constituir, será também um certa psicanálise do conhecimento, como o subtítulo da obra de Bachelard sugere, pois na psicanálise a cura depende mais de uma mudança do passado, provocada no presente, o que supõe um sentido inverso para a História (a regressão, por exemplo, é uma das técnicas utilizadas na psicanálise).

O que faz mais sentido na História? Quem pode afirmar que o sentido usual em que se concebe a passagem do tempo – do passado para o presente e depois indo em frente até ao futuro – é a única legítima? Talvez o sentido da História possa ser entendido melhor se pensarmos que é *o futuro que determina o passado*, e não o contrário. O sentido é, por definição, relativo.

No filme *Amnésia*, de Christopher Nolan (2000), o personagem principal sofre um acidente e não consegue se lembrar mais que de alguns minutos anteriores. Assim, tem que escrever para si mesmo todo tipo de bilhetes e lembranças, construindo uma História conforme os acontecimentos. Mas, para compreendermos a situação do personagem, o filme é montado às avessas, com as cenas formando uma seqüência não linear. O DVD traz o recurso de assistir ao filme na seqüência cronológica – e então as atitudes do personagem principal já não fazem mais sentido. Sendo o homem um ser que esquece, podemos pensar na História humana também dessa forma, não linear, para tentarmos compreender o sentido do nosso agir.

Tal situação lembra o "defeito" do tempo, de não ser capaz de esquecer, que seria também fonte de sua tristeza na pessoalidade que se dá a ele na canção *Resposta ao Tempo,* de Cristovão Bastos e Aldir Blanc, sucesso como tema da minissérie Hilda Furacão na voz de Nana Caymmi:

E o tempo se roi com inveja de mim,
Me vigia querendo aprender
Como eu morro de amor
Pra tentar reviver.
No fundo é uma eterna criança
Que não soube amadurecer,
Eu posso, ele não vai poder, me esquecer.

Na obra clássica de ficção científica *Duna*, de Frank Herbert, Paul Atreides sofre por possuir uma visão em que as linhas de futuro que se irradiam de sua posição espaço-tempo formam como um rio de presciência lançando-se em direção a um abismo. O futuro não pode ser simplesmente visto, pois depende das suas próprias decisões e ações, que têm continuamente a força de mudar o futuro. O futuro pressiona o presente, determina e dá sentido ao presente. As linhas de presciência tecem em torno de Paul uma rede de possibilidades, de interligações em que passado, presente e futuro não se alinham em uma cadeia de causalidade, mas como um mapa cuja direção a seguir depende em última análise das escolhas do protagonista.

Nos vêm à mente as lembranças da criada de Julieta citadas na epígrafe, em que ela se recorda do dia em que Julieta, aos 3 anos de idade, chorava pois caíra de bruços machucando a testa. O marido da criada ergueu a menina e comentou, fazendo um chiste: "Então, caíste de bruços? Cairás de costas quando tiveres mais juízo..." A pequena imediatamente parou de chorar e disse: "Sim!". Na riqueza da situação descrita, com a piada de triplo sentido que virou clássica, chama especial atenção a reação imediata da lógica infantil consolada, que lembra a idéia de que a previsão do futuro, como contraponto ao passado acidentado, pode trazer alegria e consolo.

Bibliografia:

AABOE, Asger. *Episódios da História Antiga da Matemática.* Trad. de João Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984. 170 p.

ARTIGUE, Michèle. *De la Comprehension des Procesus d'Aprentissage a la Conception de Processus d'Enseignement.* Documenta Mathematica – Extra Volume ICM 1998 – III – 723-733

ARTIGUE, Michèle. *Learning and teaching Analysis: what can we learn from then past in order to think about the future?* 2002

ARTIGUE, Michèle. *The teaching and learning of Mathematics at the University level.* Notices of the AMS. December 1999

ÁVILA, Geraldo. *O ensino de Cálculo e da Análise.* Matemática Universitária. Nº 33 – dezembro 2002 – pp. 83-95

BACHELARD, G. *A formação do Espírito Científico: Contribuição para uma Psicanálise do Conhecimento.* Contraponto: Rio de Janeiro, 1996.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática.* Trad. de Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974, 488 p.

BROLEZZI, A.C. *A Arte de Contar: uma Introdução ao Estudo do Valor Didático da História da Matemática.* Dissertação de Mestrado. São Paulo: FEUSP, 1991. Disponível em < http://www.ime.usp.br/~brolezzi/teseedissertacao.html>

BROLEZZI, A.C. *Mudanças na Matemática da Escola Básica para o ensino superior: reflexo no uso de História da Matemática.* Anais do VII EPEM - Encontro Paulista de Educação Matemática MATEMÁTICA NA ESCOLA: CONTEÚDOS E CONTEXTOS 9 a 12 de Junho de 2004 Faculdade de Educação - USP <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/grupos_trabalho/gdt08-Brolezzi2.doc>

DE MASI, Domenico. *Criatividade e Grupos Criativos.* Rio de Janeiro: Sextante, 2003

GRABINER, Judith V. *The changing concept of change: the derivative from Fermat to Weierstrass.* Mathematics Magazine. Vol. 56, no 4, September 1983

GUZMÁN, Miguel de, HODGSON, Bernard R. , ROBERT, Aline and VILLANI, Vinício. *Difficulties in the passage from secondary to terciary education.* Documenta Matematica – Extra Volume ICM 1998 – III – 747-762

HERBERT, Frank. *Duna.* Trad. Jorge Luiz Calife. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1984.

LACHINI, Jonas & LAUDARES, João Bosco (Org). *Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo.* Belo Horizonte: FUMARC, 2001.

MACHADO, Nilson José. *Plantares.* São Paulo: Escrituras, 1997. 94 p.

MENEGHETTI, Renata C. Geromel & BICUDO, Irineu. *O que a História do desenvolvimento do Cálculo pode nos ensinar quando questionamos o saber matemático, seu ensino e seus fundamentos.* Revista Brasileira de História da Matemática. Vol. 2, nº 3 (Abril/2002). P. 103-117

MIGUEL, Antonio & MIORIM, Maria Ângela. *História na Educação Matemática: propostas e desafios.* Belo Horizonte: Autêntica, 2004

MIGUEL, Antonio. *Perspectivas teóricas no interior do campo de investigação "História na Educação Matemática".* V Seminário Nacional de História da Matemática. Anais. UNESP: Rio Claro, 2003

MILIES, César Polcino. *História da Matemática, ciência normal e revoluções científicas.* V Seminário Nacional de História da Matemática. Anais. UNESP: Rio Claro, 2003

MILIES, César Polcino. *História da Matemática, ciência normal e revoluções científicas.* V Seminário Nacional de História da Matemática. Anais. UNESP: Rio Claro, 2003

MOLES, Abrahan Antoine. *A Criação Científica.* Trad. de G. K. Guinsburg. São Paulo, Perspectiva/EDUSP, 1971.

PIAGET, Jean & GARCIA, Rolando. *Psicogênese e História das Ciências.* Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1987, 247 p.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel & MORETTI, Méricles Thadeu. *Conhecimento matemático reflexivo no ensino de cálculo Diferencial e integral: uma contribuição para as discussões sobre ciência, tecnologia e sociedade.* Anais do II SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 29 a 1º de novembro de 2003. Santos, SP. (CD-ROM)

POURCIAU, Bruce. *Newton and the Notion of Limit.* Historia Matematica 28 (2001), 18-30

REIS, . Frederico da Silva. *A Tensão entre Rigor e Intuição no ensino de Cálculo e Análise.* VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 19-23/07, 2001. Rio de Janeiro. Anais (CD-ROM)

REZENDE, Wanderley Moura *O ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica.* Anais do II SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 29 a 1º de novembro de 2003. Santos, SP. (CD-ROM)

SAD, Lígia Arantes. *Abordagem epistemológica da História da Matemática: é um interesse ou interessa?* V Seminário Nacional de História da Matemática. Anais. UNESP: Rio Claro, 2003

SAD, Lígia Arantes. *Problemas epistemológicos no período de emergência do Cálculo Infinitesimal.* Revista Brasileira de História da Matemática. Vol. 2, nº 3 (Abril/2002). P. 65-91

SCHUBRING, Gert. *A Algebrização do conceito de limite no século XVIII.* V Seminário Nacional de História da Matemática. Anais. UNESP: Rio Claro, 2003

SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha & BURIASCO, Regina Luzia Corio de. *Como alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que já cursaram uma vez a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I lidam com questões consideradas essenciais para um bom desempenho na disciplina Análise Real?* Anais do II SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 29 a 1º de novembro de 2003. Santos, SP. (CD-ROM)

WILDER, Raymond Louis. *Evolution of Mathematical Concepts.* New York, John Wiley, 1973. 216 p.