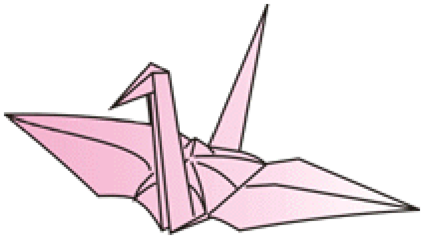


Origami: Matemática e Sentimento

por

Fátima Ferreira de Oliveira

2004

Agradecimentos :)

- Claudio Saiani
- Hideo Kumayama
- Antônio Sales da Silva
- Maité Kulesza
- Jose Eduardo Deboni

Amigos são aquelas raras pessoas que nos perguntam como estamos e que depois ficam à espera de ouvir a resposta.

Objetivo

- Uso de dobraduras em papel (origami) como material complementar e lúdico para o ensino de matemática.

- Conteúdo
  - Ensino da Geometria
  - O uso de dobraduras no ensino
  - Histórico do Origami
  - Exemplos de Aplicações
    - na tecnologia
    - na matemática
  - Exercícios

Matemática: conhecimentos e habilidades

- Algumas habilidades que o estudo de Matemática desenvolve:
  - quantidade, **forma, tamanho**, cor
  - Vocabulário ligados à **Simetrias e Congruências**
  - Divisões, Frações, Razões, Relações e Proporções
  - **Solução de problemas**, análise , **desafios**, discussão
  - Visão **espacial**, investigação de **figuras e relações espaciais**
  - Explorar **padrões** e realizar conexões

- Diferentes áreas : Aritmética, Álgebra e **Geometria**

O ensino da geometria

- Geometria
  - Ciência muito antiga
  - Geom. Euclidiana primeira disciplina científica indutiva.

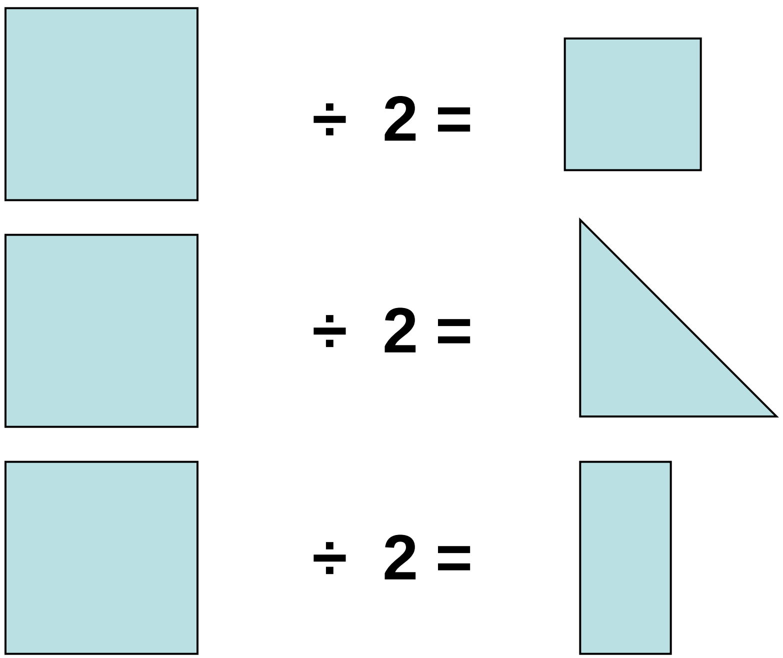
  - **Geometria** usa métodos **sintéticos** (juntar)
  - **Álgebra** usa métodos **analíticos** (separar)

  - No entanto os métodos algébricos são
    - mais fáceis de generalizar e
    - melhores para a computação.

- Conseqüência:
  - Geometria perde espaço (no ensino) para a Álgebra

Matemática: Conceitos e habilidades

$$8 \div 2 = 4$$



... uma saudável inquietação

Proposta para ensino de Geometria

- Apresentar a geometria não como uma estrutura completa,
- Mas como uma matemática com raízes na realidade
- Que ajuda a resolver problemas do dia a dia.
- Bases:
  - realização das formas
  - extensão gradual dos pontos de vista do mundo
  - experimentação, modelagem
  - visualizar o ponto, a reta, o plano e as relações entre eles.

- <u>Dobraduras de papel</u> criam um ambiente ideal

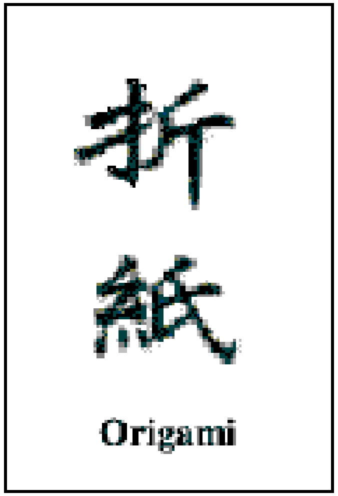
Fonte : Kunínová

Frobel e as dobraduras

- Friedrich Froebel (1782-1852) educador alemão
- Iniciou o uso de dobraduras como ferramenta de ensino
- Criador do "kindergarten"(jardim da infância)
- Dividia as dobraduras em 3 estágios:
  - Dobras de verdade :
    - geometria elementar (princípios da geometria Euclidiana)
  - Dobras da vida :
    - noções básicas de dobradura,
    - dobras tradicionais de pássaros e animais.
  - Dobras da beleza :
    - levar à criatividade e à arte.

Origens do Origami

- ORIGAMI = ORI (dobrar)
  + KAMI (papel, Deus)

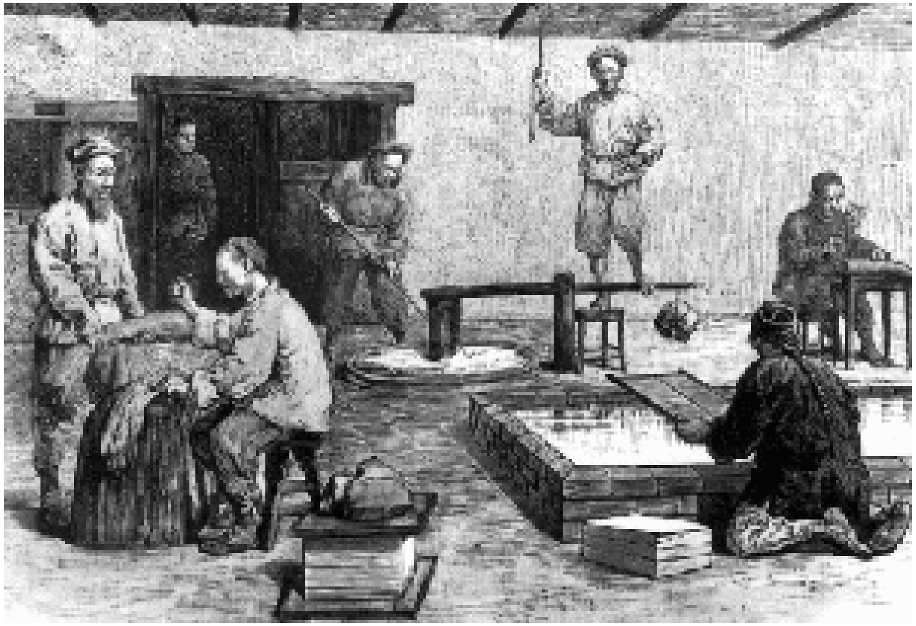


- KIRIGAMI – Dobrar e Cortar
- HARICUKE ORIGAMI – Dobrar o papel e colar

- Origem na China ou no Japão?

Origens do Origami

- China
  - 105 d C a invenção do papel por T'sai Lao
  - 500 d.C. papel chegou ao Japão

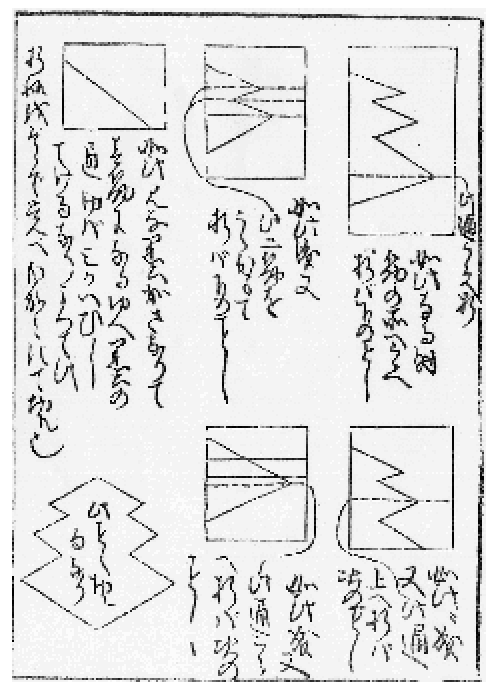


Origens do Origami

- Japão
  - ornamentos xintoistas (*Katashiro*)
  - Saquê : duas borboletas ou mariposa representando a união
  - Peíodo Muromachi (1338-1573), o papel fica mais acessível,
  - Adornos representam a classe social do seu portador

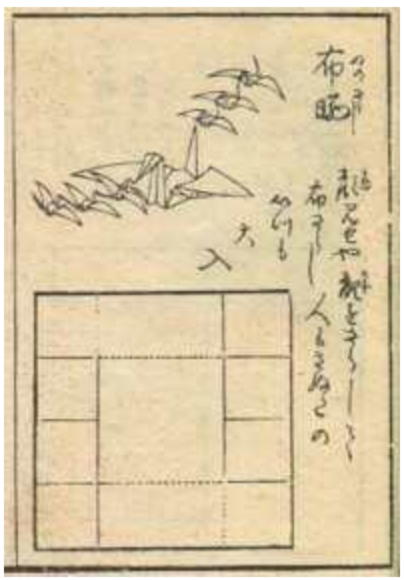
Wakoku Chiyekurabe, de Kan Chu Sen

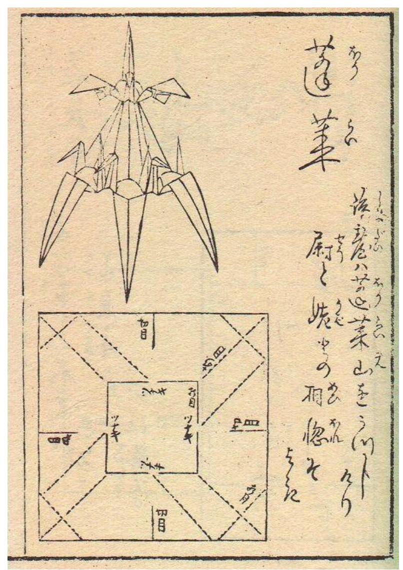
- 1721, primeiro livro referente a dobras e corte com um contexto matemático que se tem conhecimento
- Variedade de problemas envolvendo raciocínio matemático .



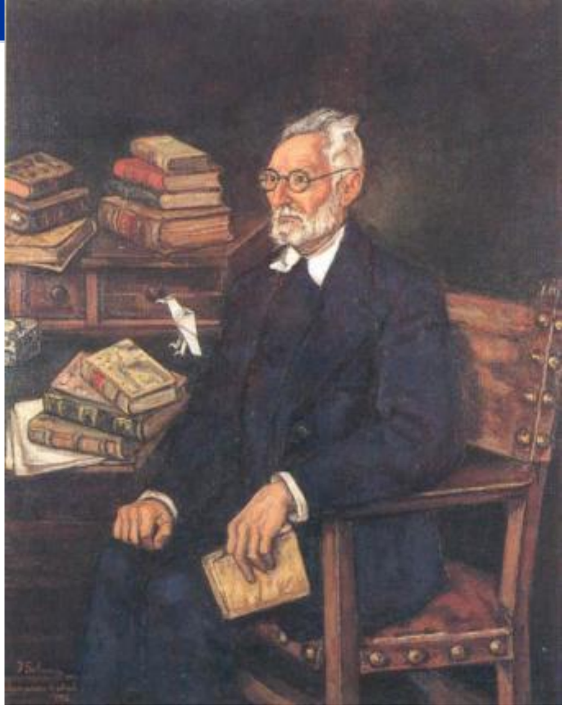
História do Origami

- Período Tokugawa (1603-1867) surgiu a dobradura original do *tsuru* (cegonha), a dobradura mais popular no Japão.
- Os dois livros com as primeiras instruções são:
  - **Como dobrar mil passaros** de Sembazuru Orikata (1797)
  - **Janela aberta e a estação de inverno** de Kan no Mado (1845)





Da Ásia para o Ocidente

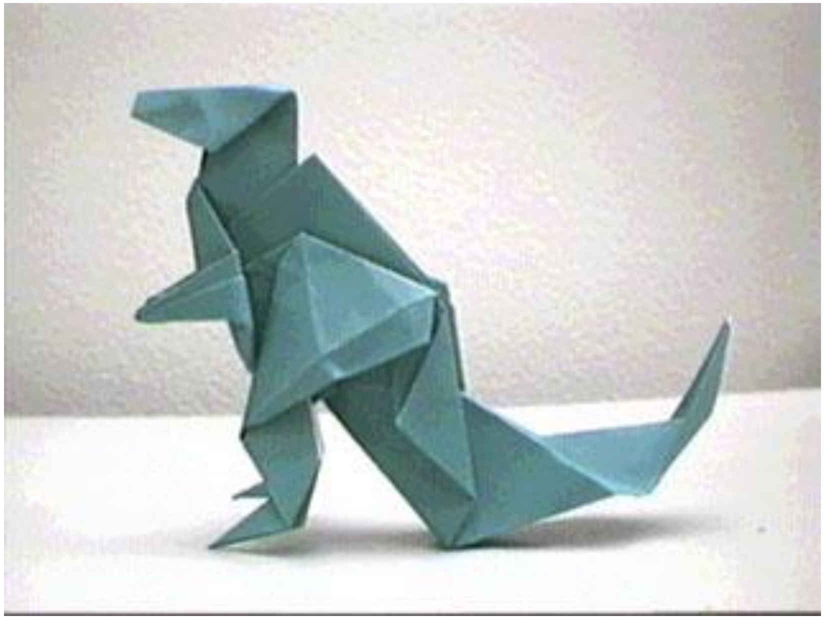


- século VIII árabes descobrem as dobraduras
  - a religião mulçumana proíbe ícones,
  - mas ele usavam dobraduras para estudar <u>matemática !</u>
- século XII chegada na Espanha (árabes)
  - "pajarita é parte da cultura popular espanhola século XVII

- 1889 Miguel de Unamuno
  - visita exposição mundial e no estande do Japão conhece origami. Cria escola na Espanha.
- 1950 – 1960 norte-americanos descobrem origami
  - Lilian Oppenheimer, funda o The Origami Center New York (1958)

Akira Yoshizawa
O Michelangelo do papel

- 1956 Akira Yoshizawa : patriarca do origami moderno
  - sistema Yoshizawa-Randlett de regras para representação gráfica das dobras



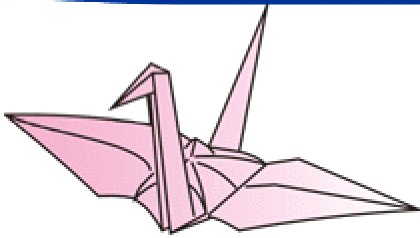
Bases são dobras que servem como matrizes para a produção de figuras

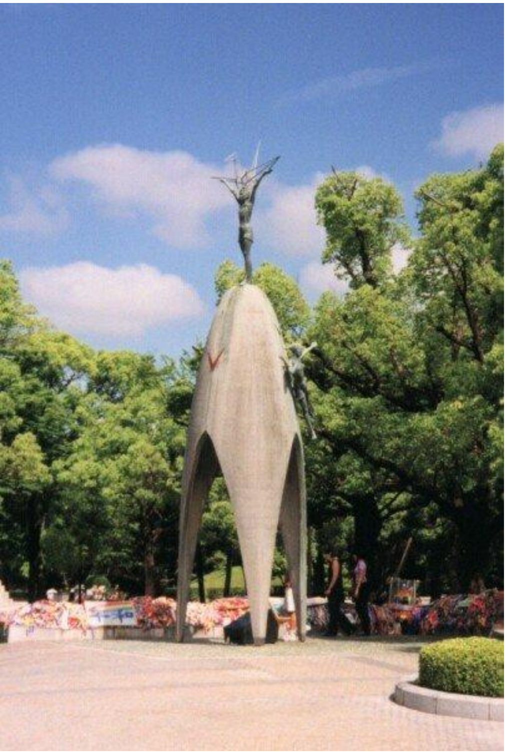
Correntes modernas do Origami
Anos 80

- Oriental (japonesa)
  - praticado por artistas como filosofia e arte
  - captar a essência, expressar, sugerir
  - mínimo de dobras
  - figura resultante não precisa ser anatomicamente perfeita
- Ocidental (americana)
  - praticado por matemáticos, engenheiros, físicos e arquitetos.
  - exatidão anatômica, formas, proporções e números exatos.
  - processos matemáticos, técnicas geométricas de desenho
  - recursos computacionais.

- Hoje as duas escolas se confundem.

Sadako a menina de Hiroshima – Os mil grous de papel





- Sadako Sasaki que vivia em Hiroshima,
- tinha 2 anos, quando da primeira bomba atômica
- Aparentemente ela nada sofreu.
- Aos 12 anos descobriu que estava com leucemia.
- Uma lenda dizia que se dobrasse mil grous, ficaria curada.
- Sadako resolveu fazer os mil grous.
- mas em 25 de outubro de 1955, ela morreu
- em 1958, amigos construiram um monumento : Monumento das Crianças à Paz, colocado no Parque da Paz, no centro de Hiroshima, exatamente onde havia caído a bomba.

- "*este é o nosso grito esta é a nossa prece construir a paz no mundo que é nosso*.

Benefícios do Origami na classe

- Estudos sociais
  - novas culturas
  - promover o intercâmbio cultural
  - criação individual e coletiva

- Artes
  - senso estético
  - criação de ornamentos : Caixas, vasos, objetos, figuras, esculturas
  - narração de histórias e teatro com apoio de figuras do origami

- Ciências e meio ambiente.
  - reciclagem de papéis
  - criação de animais, pássaros, insetos e plantas a partir de material reciclado

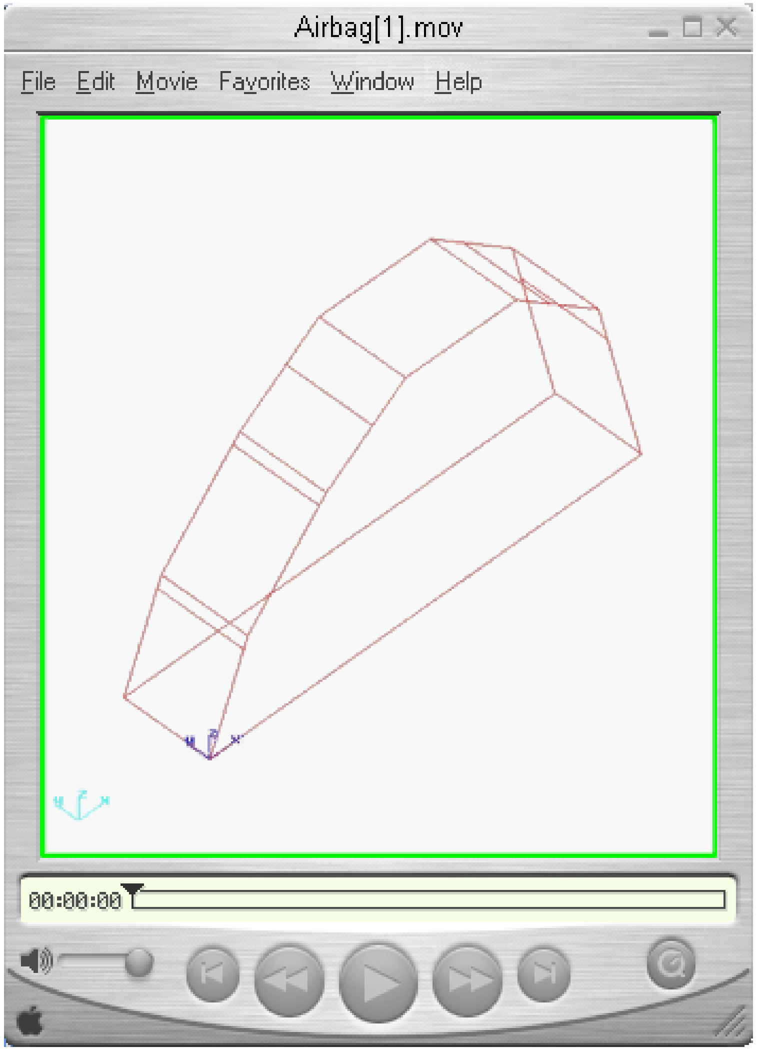
- Coordenação motora
  - desenvolvimento da organização,
  - seqüências de atividades,
  - memorização de passos
  - coordenação motora fina do aluno.

Exemplos de Aplicação

- Aplicações Atuais de Tecnologia
- Aplicação em Matemática
  - Figuras Planas
  - Teoremas e Demostrações
  - Figuras Tridimensionais
  - Cônicas

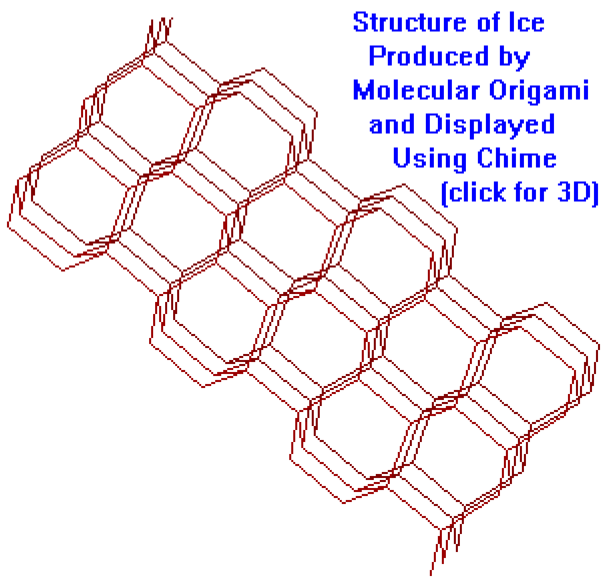
Outras aplicações: Origami computacional

- Air bag
- Robótica
- Automação industrial
- Antenas de satélites
- Análise de proteinas

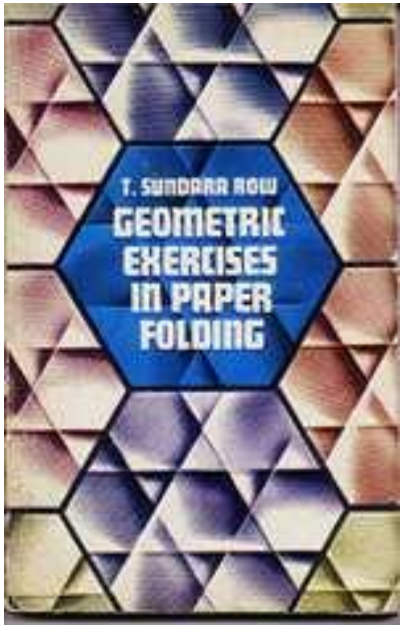


Projeto de telescópios (eyeglass)

Origami molecular



Aplicações na Matemática



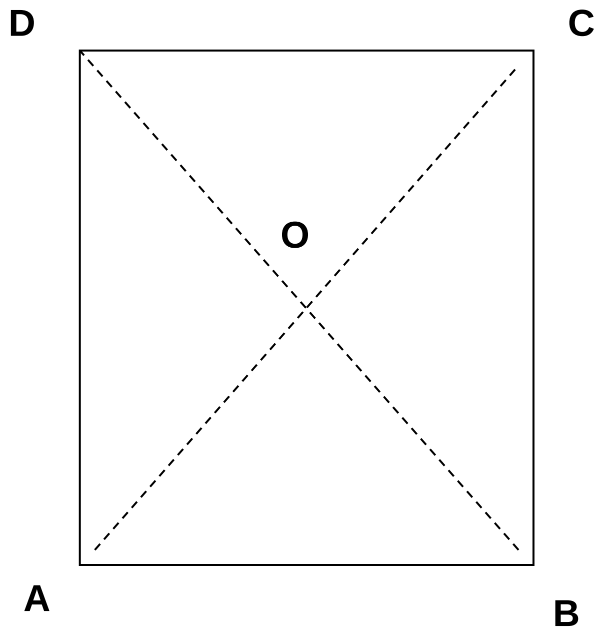
- **T. Sundara Row**
  Geometric Exercises in paper folding,
  (Exercícios geométricos em origami)

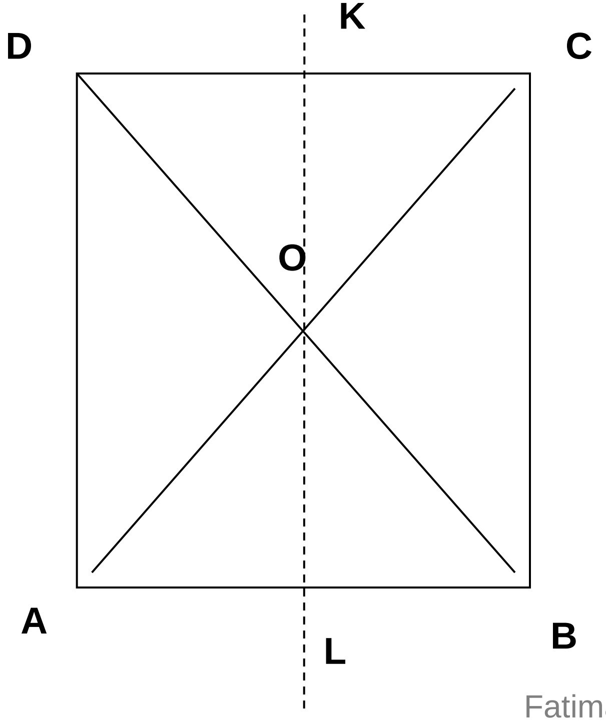
- Clássico da aplicação do Origami na Matemática
- Publicado em Madras, Índia, em 1893.
- Editado em 1905
- Reeditado em 1966
- A intenção do autor é mostrar a construção de polígonos regulares por origami, e demonstrar certas proposições geométricas.

- Vamos ver alguns exemplos deste livro:

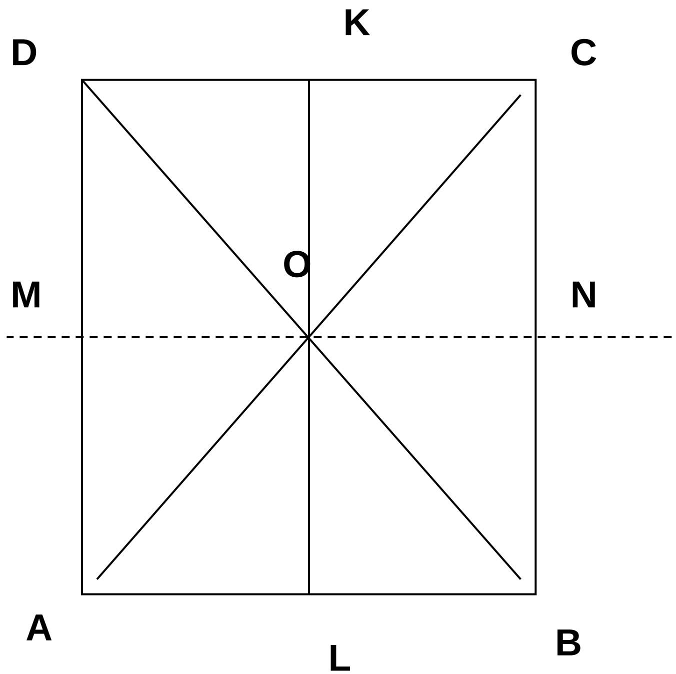
Figuras Planas:
Uma quadrado inscrito em outro 1 / 4

- Dobre sobre as diagonais BD e AC.
- Dobre o lado BC sobre o lado AD.
- Desdobre o papel e surgirá a dobra KL





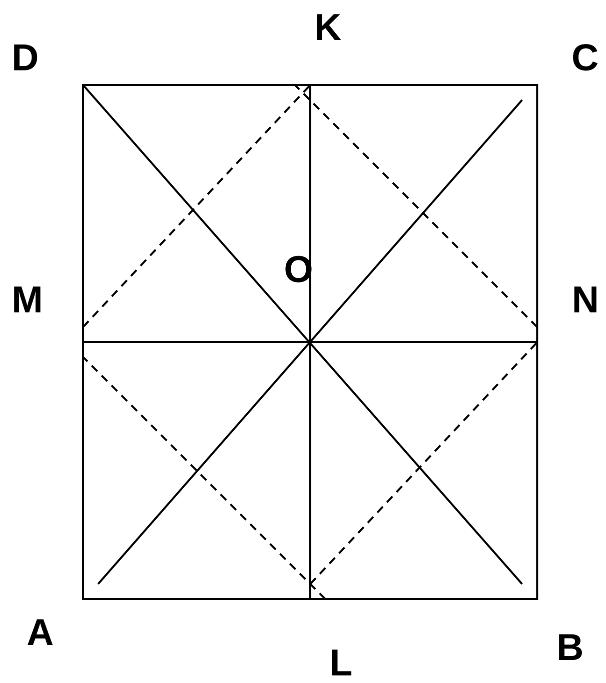
Figuras Planas:
Uma quadrado inscrito em outro 2 / 4



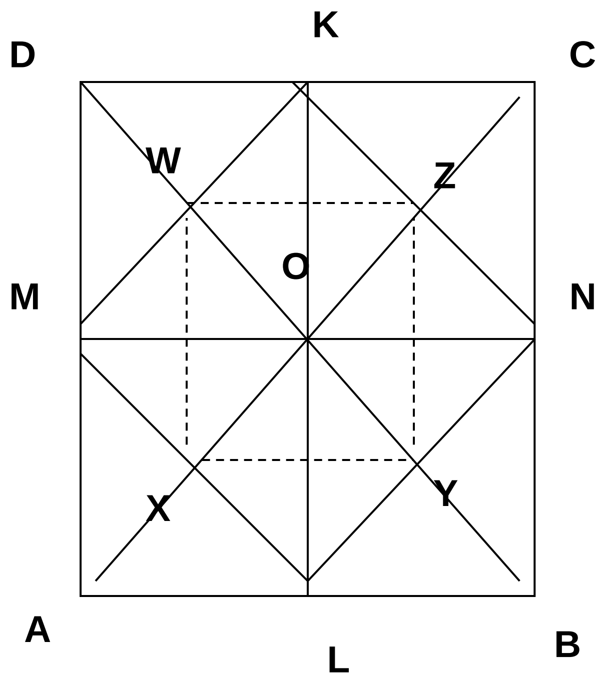
- Dobre o lado CD sobre AB. Desdobre e chame a dobra feita de MN
- Leve o ponto A até o centro O , faça o mesmo com D, C e B .
- Desdobre e agora surgiram as dobras ML, LN, NK, e KM formando o quadrado KMLN , que é inscrito no quadrado ABCD.

Figuras Planas:
Uma quadrado inscrito em outro 3 / 4

- Desdobre e agora surgiram as dobras ML, LN, NK, e KM formando o quadrado KMLN , que é inscrito no quadrado ABCD.

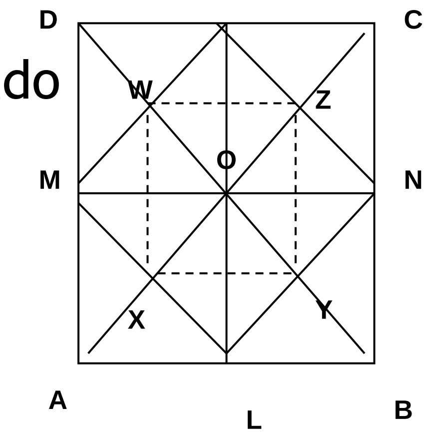


Figuras Planas:
Uma quadrado inscrito em outro 4 / 4



- Para inscrever um quadrado menor no quadrado KMLN:
  - Dobre K até o centro O ,e faça o mesmo com M , N e L . Agora suugira o quadrado WXYZ,onde W é o ponto médio de KM, X é o ponto médio de ML, Y é o ponto médio de LN,e Z é o ponto médio NK.

Observações geométricas:



- O quadrado WXYZ possui metade da área do quadrado KMNL.
  - WXYZ = ½ KMNL e KMNL = ½ ABCD,
  - então WXYZ = ¼ ABCD.

- Repetindo o processo os quadrados diminuem em relação a ABCD na seguinte ordem:

  - ½, ¼, 1/8, 1/16, etc. ou ½, ½2, ½3, ½4, etc.

- Cada quadrado possui metade da área do anterior,
- Os 4 triângulos externos possuem metade da área do quadrado circunscrito.
- O centro do quadrado ABCD, é o ponto O que é o centro de todos os quadrados inscritos.

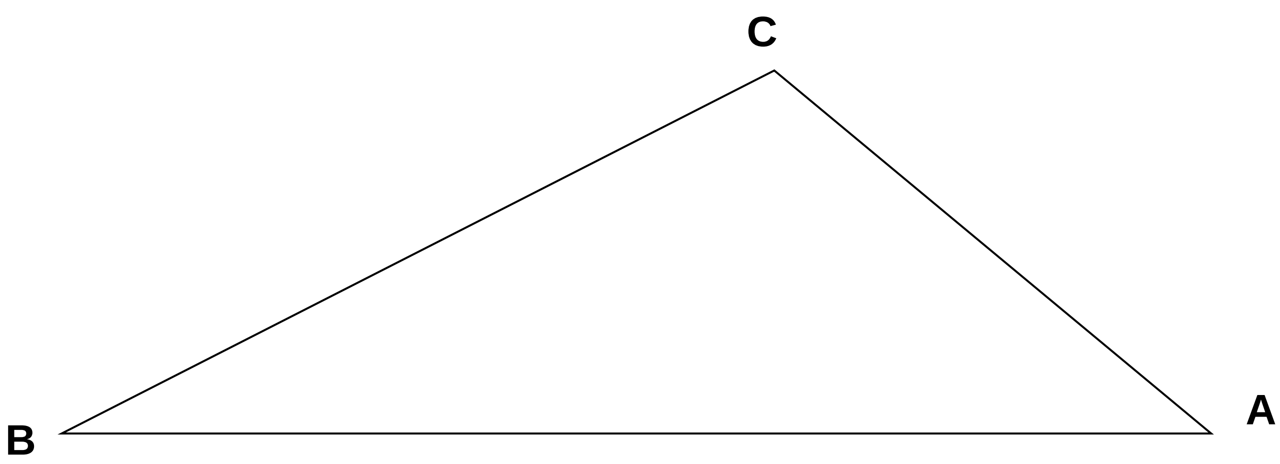
Figuras Planas:

- Esta área de aplicação permite ainda:
  - Construção de um triângulo equilátero
  - Construção de um triângulo isóceles
  - Construção de 3 retângulos semelhantes
  - etc...

Demonstração:

A Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º

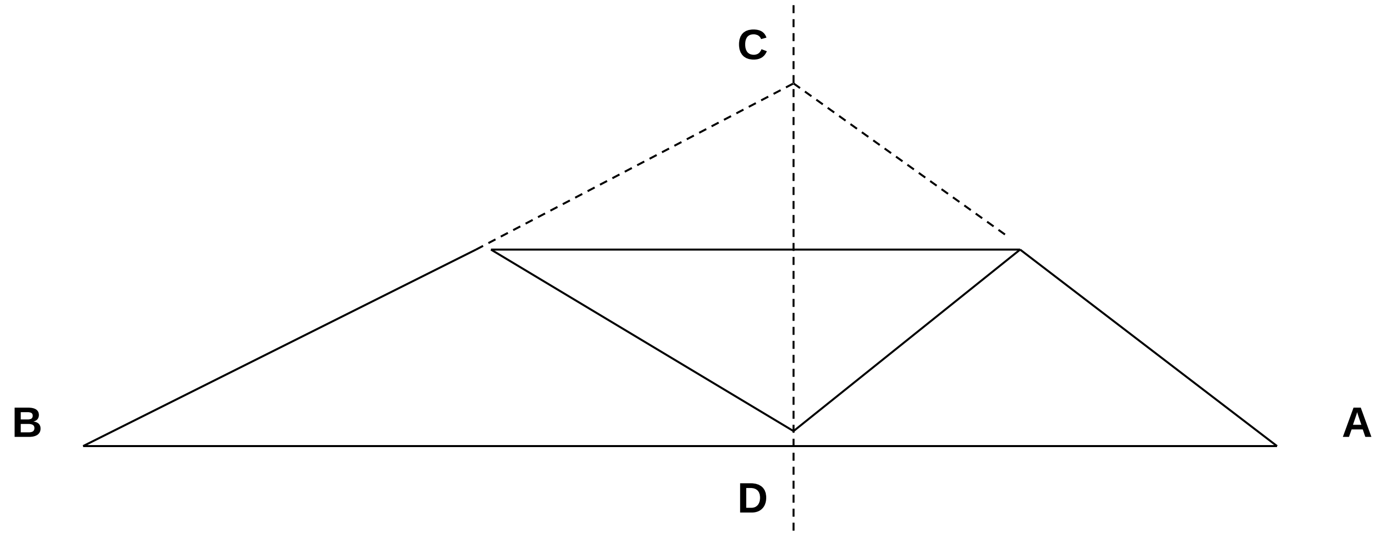
- Recorte um triângulo de papel e marque seus três vértices A, B, C .
- O triângulo deve ter um ângulo obtuso e este será denominado como ângulo C.



Demonstração:

A Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º

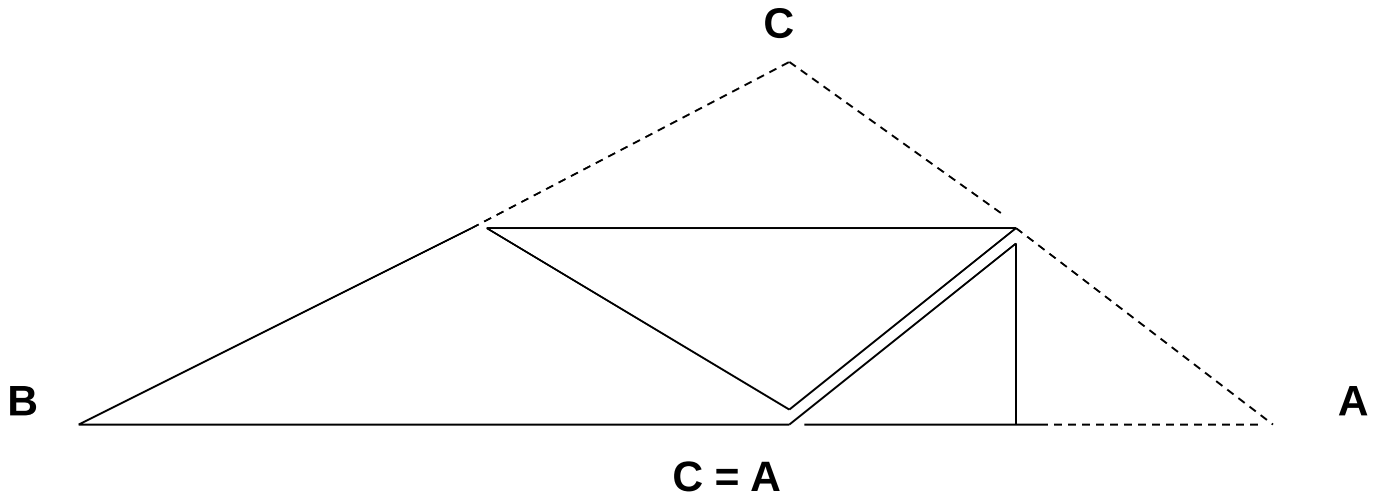
- Dobre o vértice C até o lado AB, certificando que essa dobra seja paralela ao lado AB.
- Você pode fazer uma dobra passando por C perpendicular a AB,
- Denomine o ponto onde essa dobra passa por AB como D.
- Agora dobre o Vértice C até ele tocar o ponto D



Demonstração:

Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º

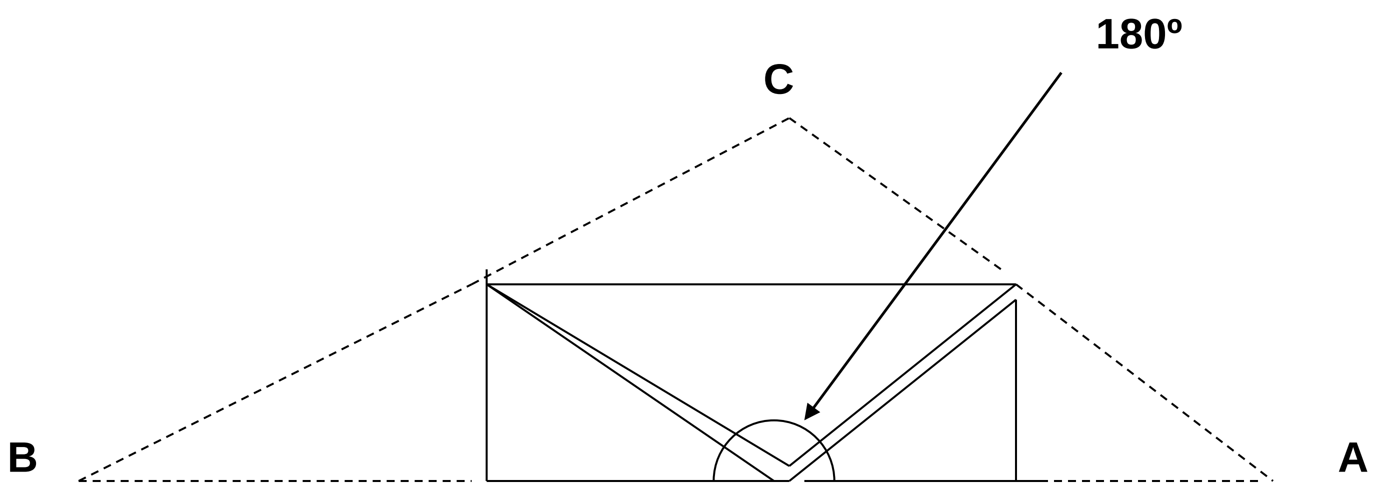
- Repita este processo para o vértice A



Demonstração:

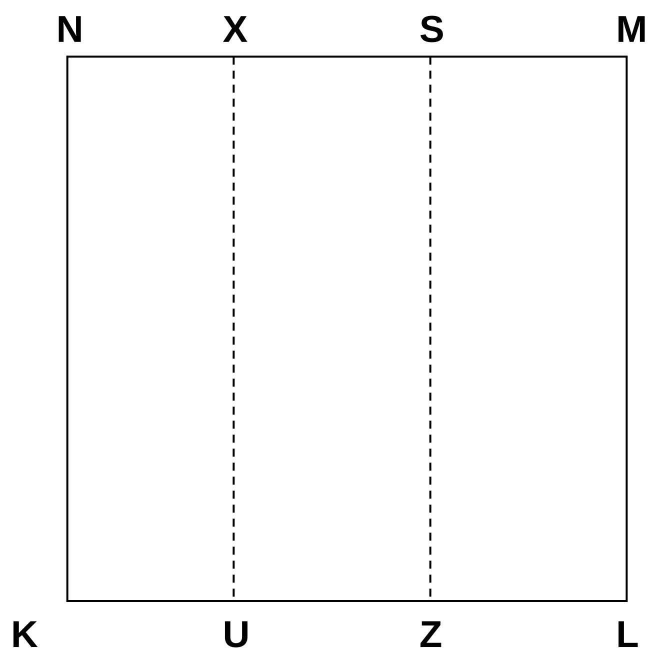
A Soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º

- Repita para o vertice B



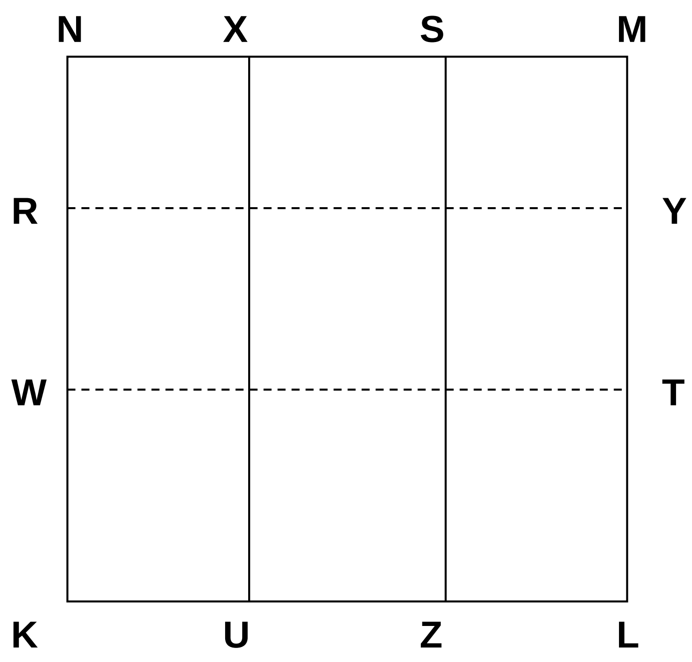
Demonstração
Teorema de Pitágoras

- Com um quadrado de papel, KLMN. Faça as dobras XU e SZ. As dobras XU e SZ serão perpendiculares ao lado MN, e o quadrado será dividido em três retângulos congruentes. Desdobre o quadrado.



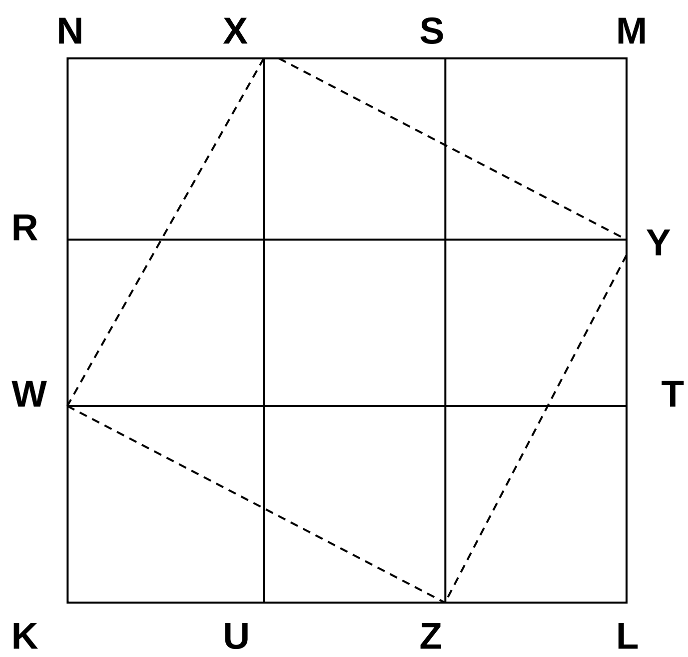
Demonstração
Teorema de Pitágoras

- Faça as dobras RY e WT , sendo que RY e WT sejam perpendiculares ao lado NK, e o quadrado é dividido em outros tres retângulos congruentes. Desdobre o quadrado



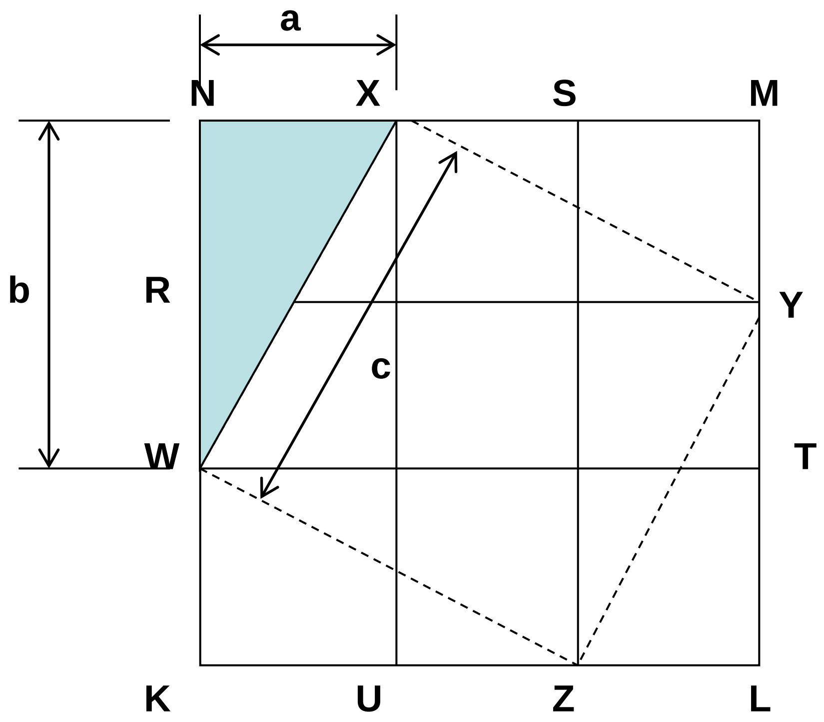
Demonstração
Teorema de Pitágoras

- Faça as dobras WX, XY, YZ e ZW. Agora, com as marcas das dobras você tem o quadrado WXYZ inscrito no quadrador KLMN.



Demonstração
Teorema de Pitágoras

- Analisando-se as relações entre a, b e c do triângulo abc mostrado:



Demonstração
Teorema de Pitágoras

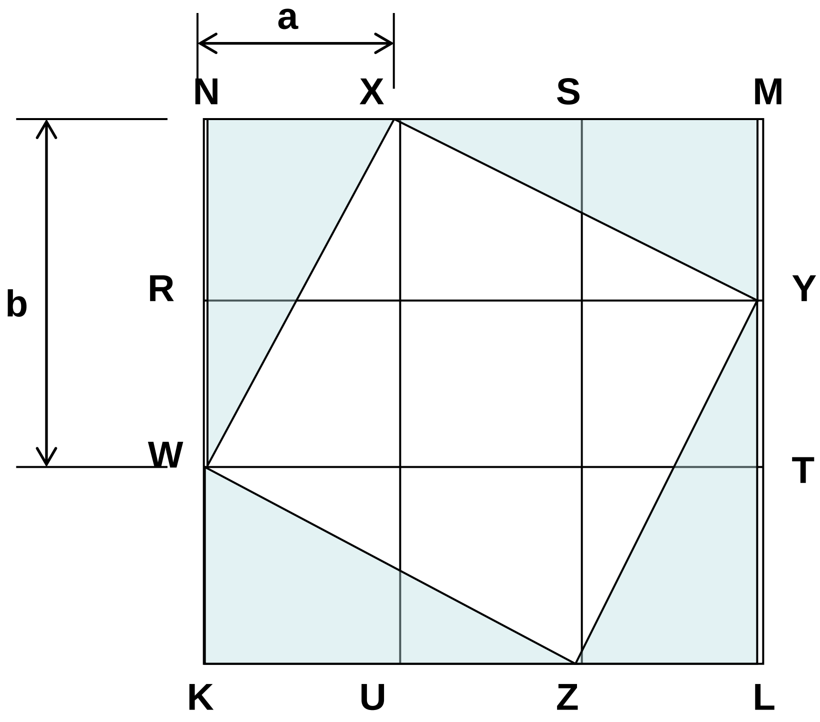
A área do quadrado KLMN = (a + b)2.
A área de um dos 4 triângulos é ½ a*b.
A área do quadrado WXYZ = c2.

Area(KLMN) = Area(WXYZ) + 4*Area(NXW).
Então: (a + b)2 = c2 + 4*(½ a*b).
isto é:

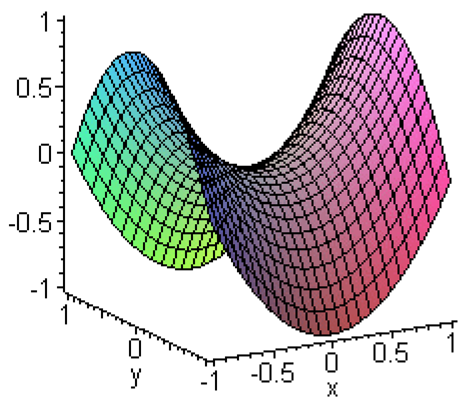
a2 + 2ab + b2 = c2 + 2ab.

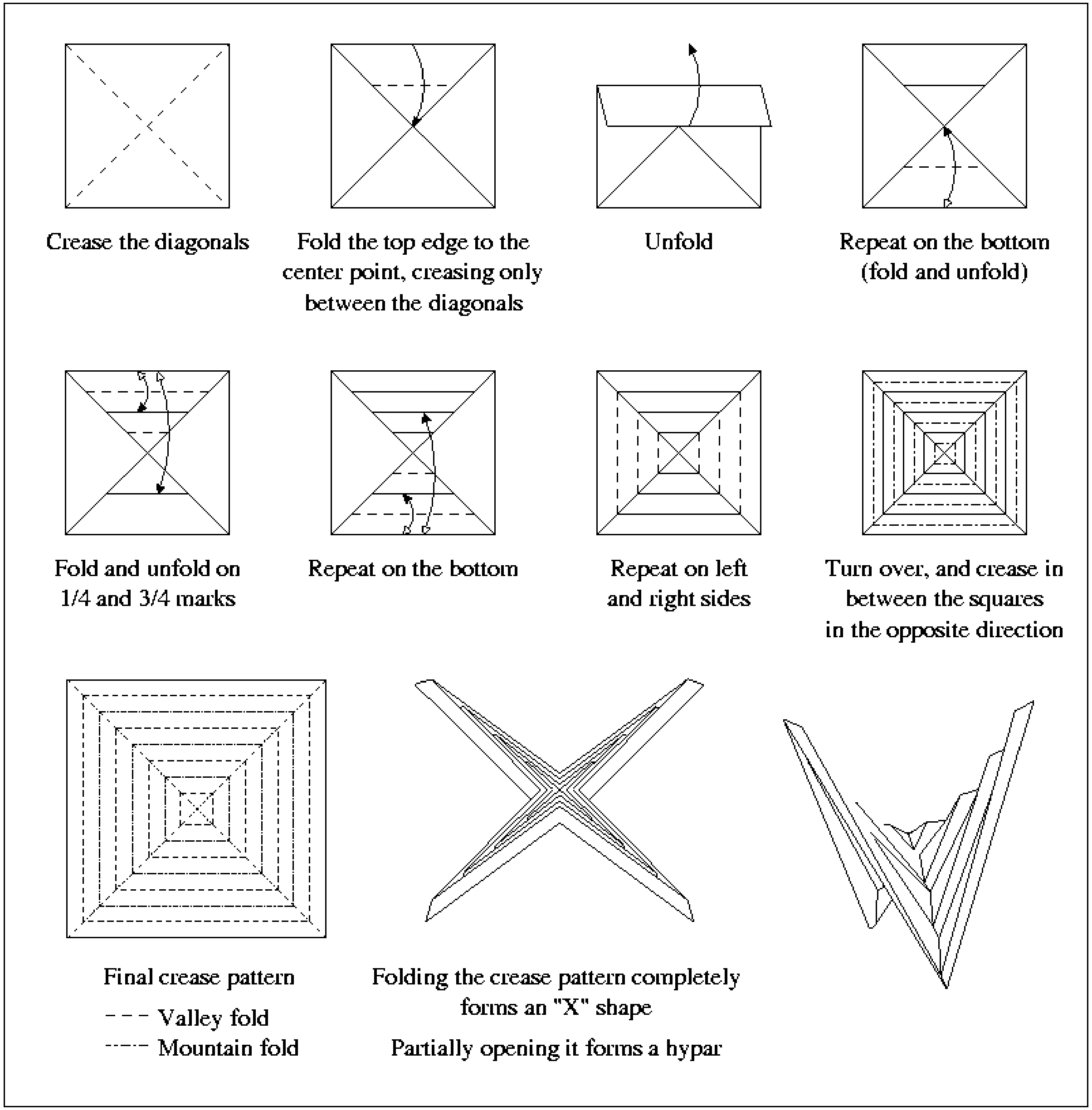
ou

a2 + b2 = c2,
que é o Teorema de Pitágoras !

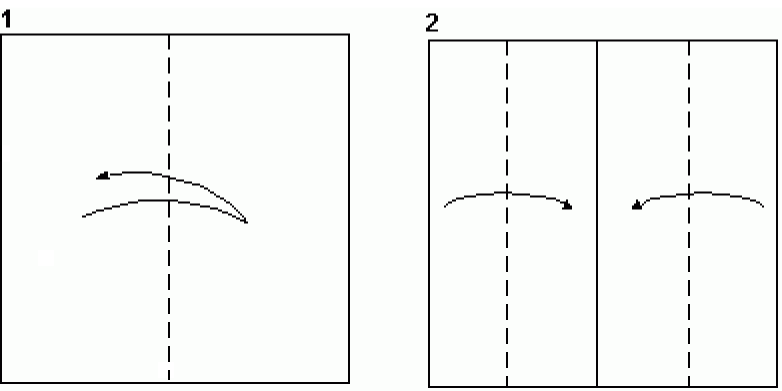


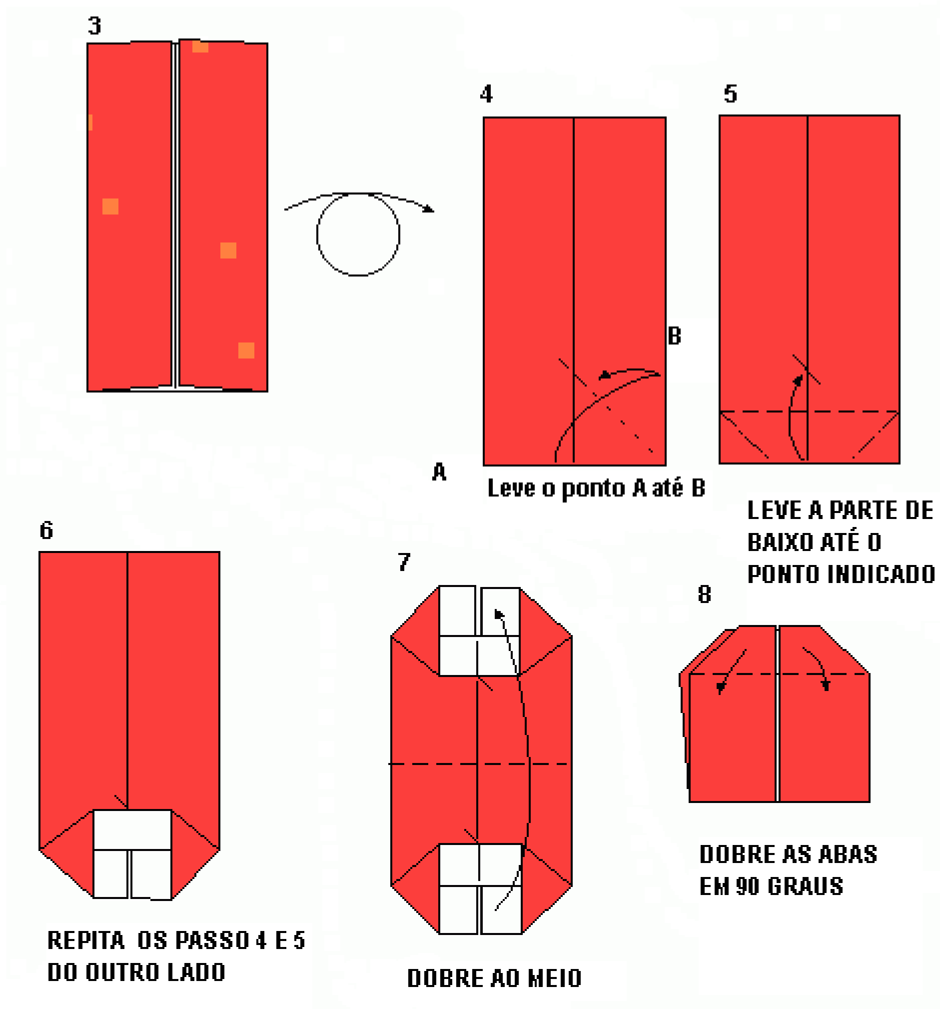
Funções Tridimensionais





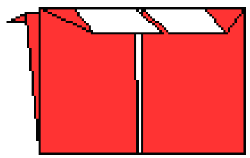
Representação dos eixos cartesianos XYZ



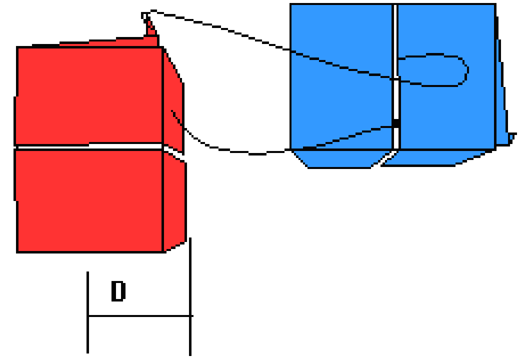


Representação dos eixos cartesianos XYZ

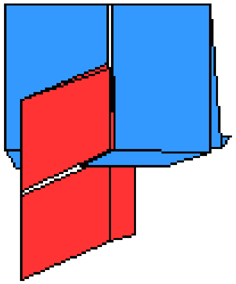
9



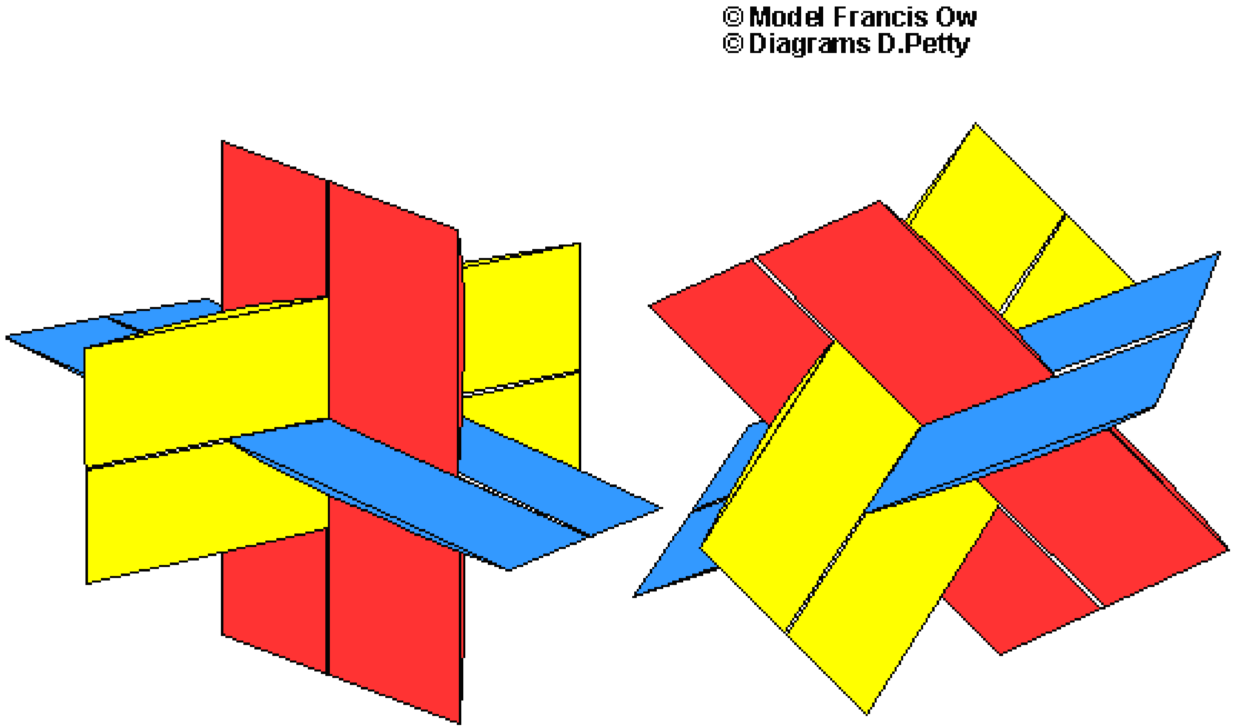
FACA 6 UNIDADES



ANTES DE UNIR AS
UNIDADES FACA UM
CORTE DE
COMPRIMENTO D



Representação dos eixos cartesianos XYZ

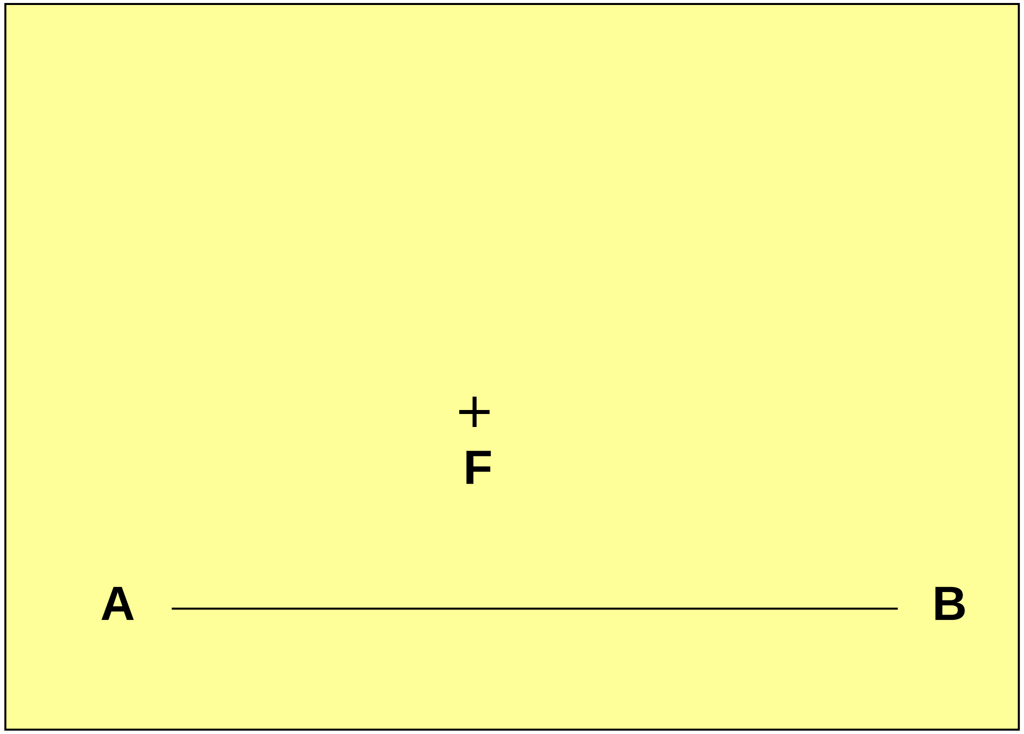


Exercícios

agora é a sua vez...

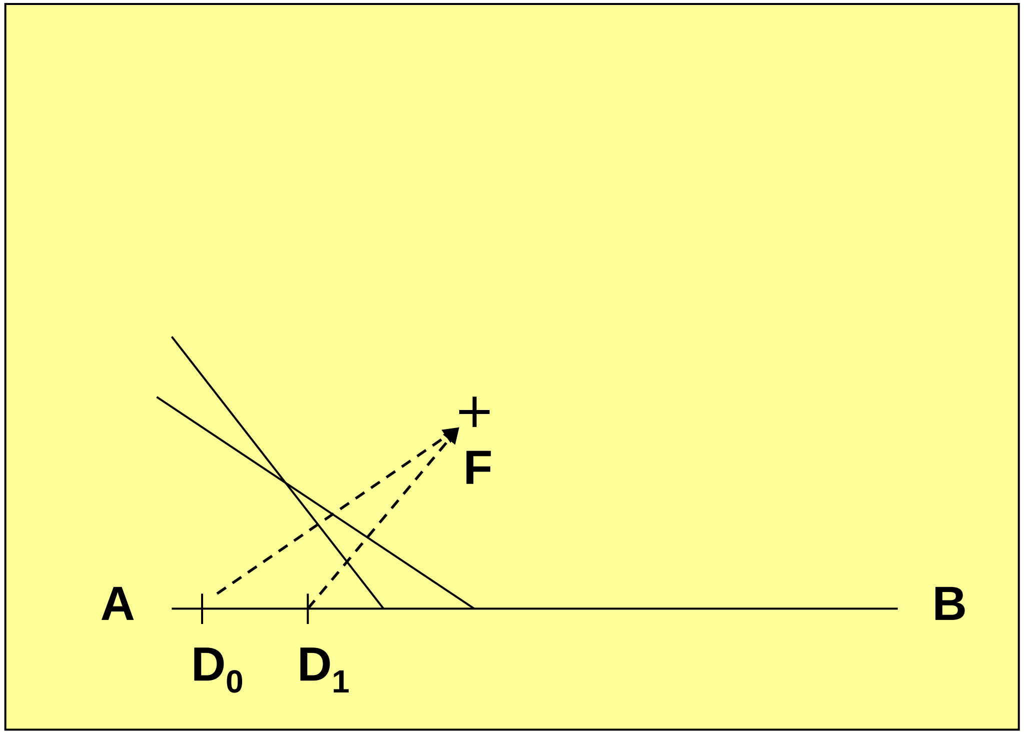
Cônica : Parábola

- Por definição é o lugar geométrico dos pontos eqüidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa de um plano.
- Desenha-se uma reta AB, horizontalmente numa folha de papel e marca-se, fora dessa reta, um ponto fixo F.



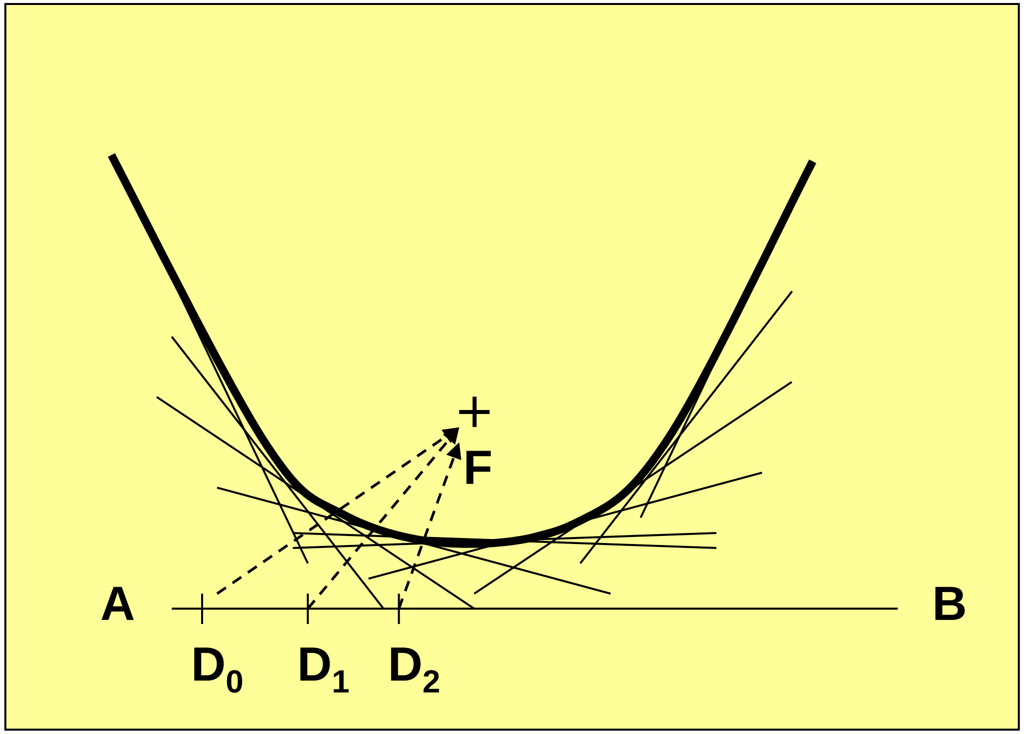
Cônica : Parábola

- Seleciona-se um ponto D qualquer sobre a reta, e dobra-se o papel de forma a fazer coincidir os pontos D e F.
- Traça-se sobre o papel a reta que coincide com a dobra.



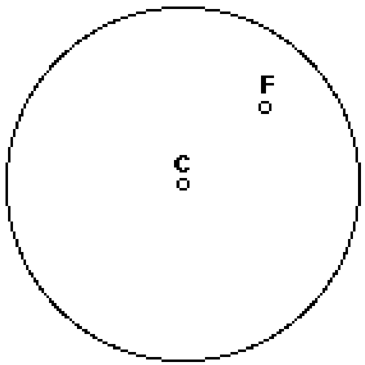
Cônica : Parábola

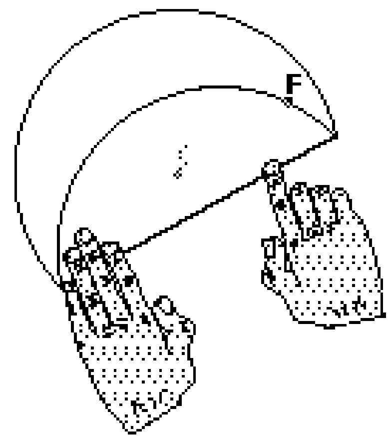
- Repetindo essa operação para diferentes escolhas do ponto D, em um número suficiente de vezes, poderá se observar que as dobras parecem tangenciar uma curva. Esta curva é uma parábola.

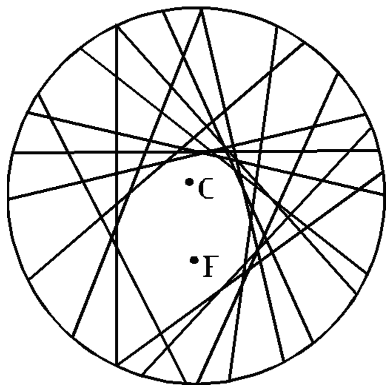


Elipse

- geométrico dos pontos de um plano cujas distâncias a dois pontos fixos desse plano têm soma constante.

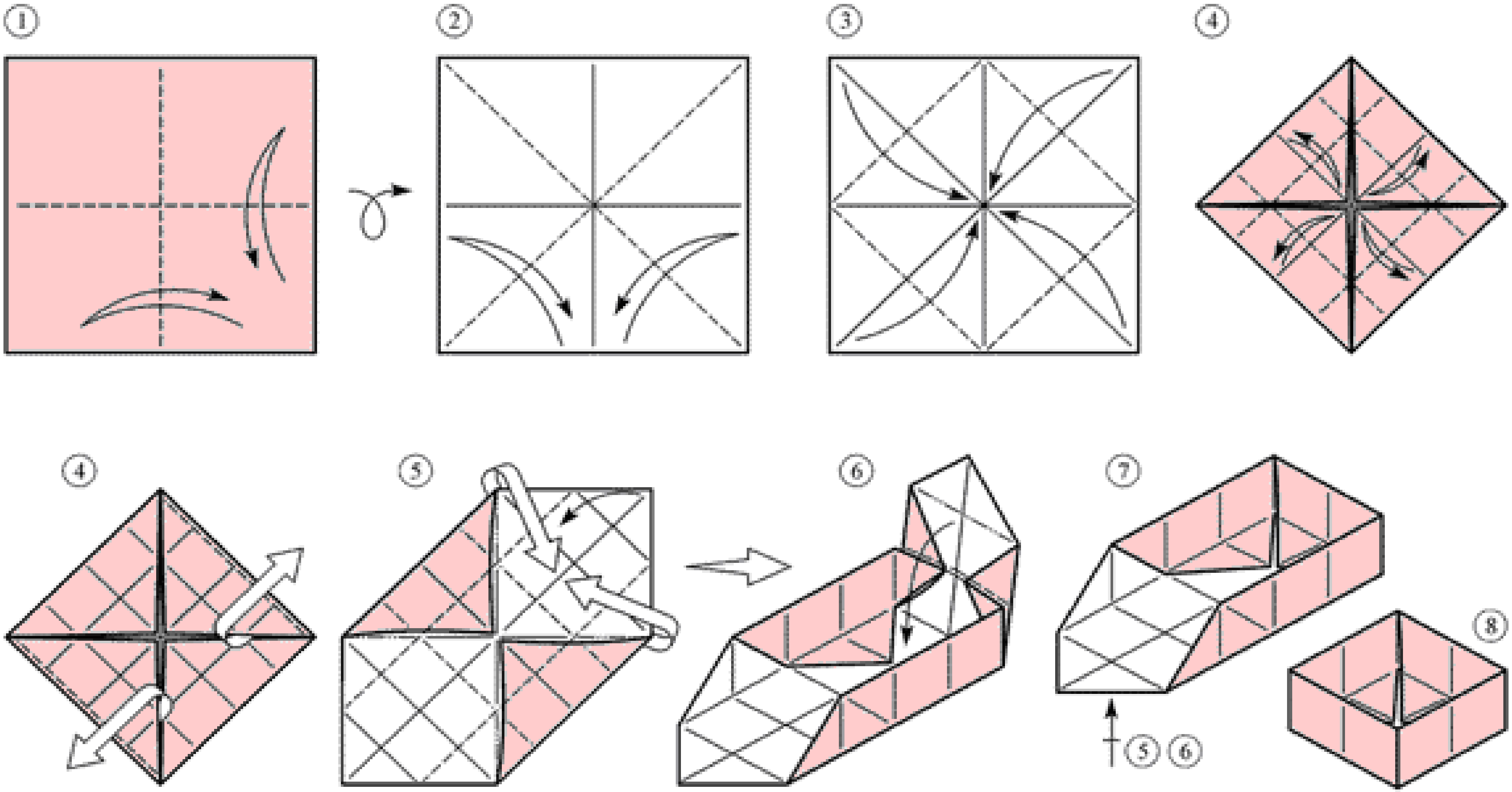




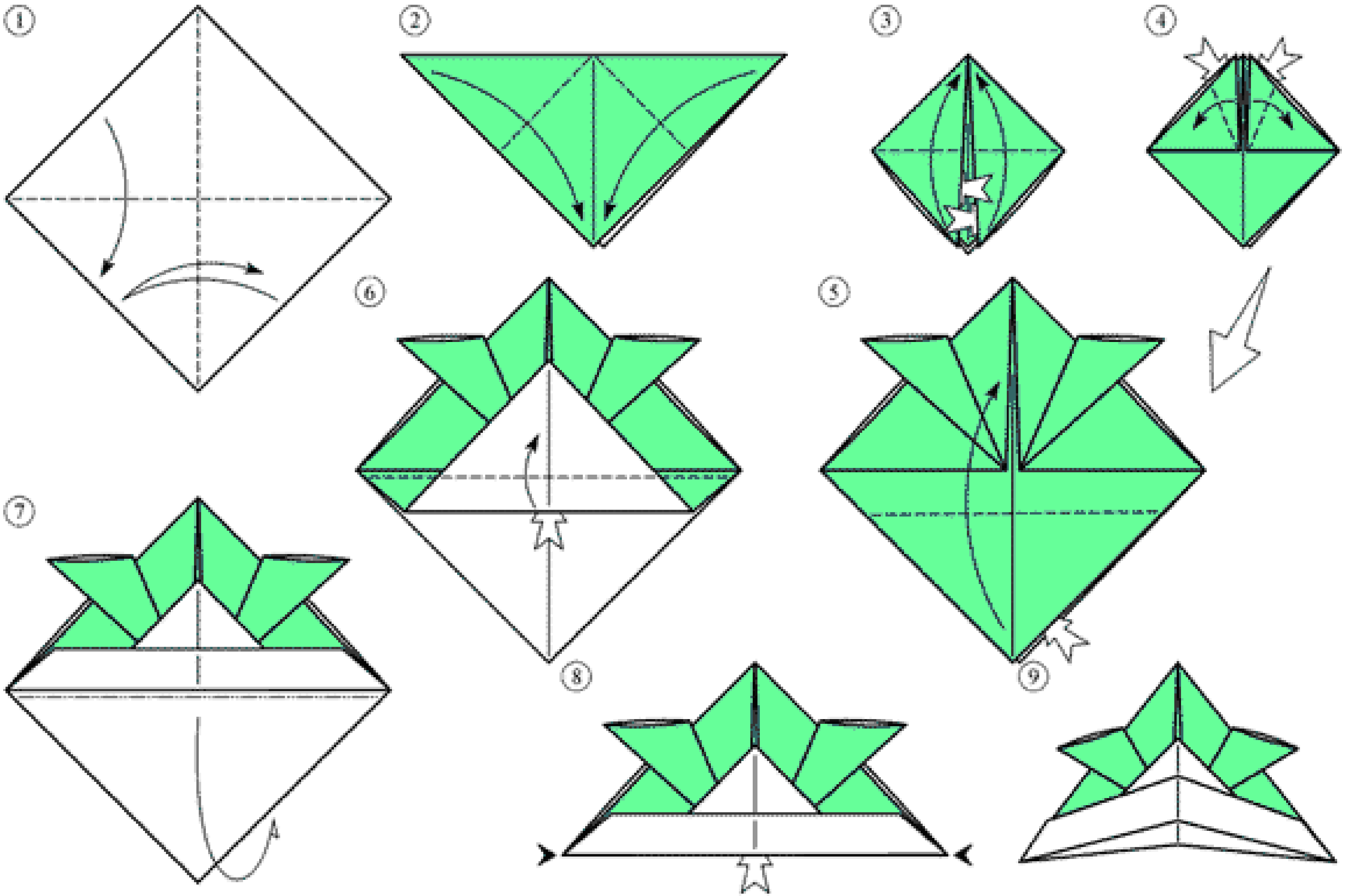


- tente agora a Hipérbole...

Caixa



Chapéu de Samurai



Conclusão

Todo origami começa quando pomos as mãos em movimento.

Há uma grande diferença entre conhecer alguma coisa através da mente e conhecer a mesma coisa através do tato.

Tomoko Fuse, origamista japonesa

Referências Webgráficas

- **Asociación Española de Papiroflexia.** Disponível em http://www.pajarita.org ; Acessado em setembro de 2004

- BOS. **The British Origami Society** http://www.britishorigami.org.uk/; Acessado em setembro de 2004.

- HULL, T., **Origami and Geometric Constructions, a comparison between straight edge and compass constructions and origami,** 1997. Disponível em http://chasm.merrimack.edu/~thull/geoconst.html (květen 2001); Acessado em setembro de 2004.

Outros Exemplos