

Universidade de São Paulo/Faculdade de Educação
Seminários Abertos de Pós-Graduação
 Coordenador: Nílson José Machado

1º. Semestre/2004

Lógica, lógicas: uma visão panorâmica

Marisa Ortegoza da Cunha
marisaortegoza@anhemb.br

*Eu
 à poesia
 só permito uma forma:
 concisão,
 precisão das fórmulas
 matemáticas.
 Às parlengas poéticas estou acostumado,
 eu ainda falo versos e não fatos.*

*Porém
 se eu falo
 "A"
 este "a"
 é uma trombeta-alarma para a Humanidade.
 Se eu falo
 "B"
 é uma nova bomba na batalha do homem.*

*Wladimir Maiakovski
 (trad. Augusto de Campos)*

Introdução

Quando falamos em Lógica, num contexto de ciência, estamos, geralmente, nos referindo à *Lógica Formal*, também chamada *lógica clássica* ou de *Aristóteles*¹. Nela, as afirmações consideradas e estudadas - as proposições - são restritas àquelas passíveis de receber um, e apenas um, entre dois valores-de-verdade: falso ou verdadeiro. Trata-se, assim, de um sistema bivalente, embasado, primordialmente, em dois princípios: o da não-contradição ("Uma proposição não

¹ Aristóteles (384-322 a.C.) foi o primeiro estudioso a fazer uma representação rigorosa e sistemática do processo de pensamento.

pode ser falsa e verdadeira, simultaneamente.") e o do terceiro excluído ("Uma proposição ou é falsa, ou é verdadeira, não havendo uma terceira possibilidade.").

Além disso, a lógica formal é atemporal: as proposições são avaliadas abstraíndo-se o tempo e, como o próprio nome indica, apenas a forma com que elas conectam-se entre si determina seu valor de verdade ou a validade de uma argumentação da qual essas proposições façam parte.

Considerar o tempo em que se enuncia uma proposição ou negar algum dos princípios da lógica formal pode conduzir a um outro sistema lógico coerente, ainda que bem diferente do sistema formal, numa analogia perfeita com o que ocorre na relação entre a geometria euclidiana e as geometrias não-euclidianas.

Então, se há mais de um sistema lógico, o que, de fato, caracteriza uma teoria como sendo uma *lógica*? Uma possível resposta é que uma lógica rege a realização de "cálculos" de inferência; o processo legítimo de obtenção de conclusões a partir de proposições tomadas como premissas, como exemplificam os dois seguintes argumentos:

| | |
|--|---|
| 1) <i>Modus Ponens</i> se p então q (premissa) p (premissa) ----- q (conclusão) | 2) <i>Modus Tollens</i> se p então q (premissa) ~ q (premissa) ----- ~ p (conclusão) |
|--|---|

Pelas restrições impostas às sentenças sobre as quais se debruça, a lógica clássica não dá conta das inúmeras experiências humanas que não podem ser traduzidas em sentenças classificáveis, exclusivamente, em verdadeiras ou falsas, mostrando-se insuficiente na representação dos vários tipos de argumento informal. No dia-a-dia, na linguagem natural, lidamos com imprecisões, com os infinitos graus de incerteza que existem entre a certeza de *ser* e a certeza de *não ser*. Citando Newton da Costa (1993, pp. 21-22):

... se uma pessoa quisesse fazer apenas inferências válidas em seu dia-a-dia, provavelmente não sobreviveria muito tempo. ... Não haveria ciência empírica se os cientistas procurassem empregar unicamente formas válidas de inferências.

Nosso objetivo, neste trabalho, é passear um pouco por outras lógicas - as lógicas *não-clássicas*, que, ao estenderem a lógica formal, ou se contraporem a ela, oferecem ferramentas adicionais à análise do discurso e do pensamento humanos.

As lógicas não-clássicas classificam-se, *grosso modo*, em

Extensões da lógica clássica, por incorporarem mais recursos expressivos:

- **Lógicas temporais** - consideram o fator tempo na avaliação de uma afirmação e na validação de um argumento.
- **Lógicas modais** - incorporam operadores que modulam a verdade ou a falsidade, representando a possibilidade e a necessidade.

Alternativas à lógica clássica, por rejeitarem algum de seus princípios:

- **Lógicas trivalentes** - contemplam três valores de verdade: o verdadeiro, o falso e o que não é nem verdadeiro, nem falso, por desconhecido ou incerto.
- **Lógicas polivalentes** - são, fundamentalmente, lógicas probabilísticas, em que os valores de verdade se correspondem com o intervalo $[0,1]$. Nessa classe, destacam-se as lógicas *fuzzy* e indutiva.
- **Lógicas paraconsistentes** - negam o princípio da não-contradição, aceitando que uma proposição possa ser e não-ser, simultaneamente.

Ao final, discutiremos um pouco o problema dos chamados *paradoxos da implicação material* na lógica formal - alvo de muitas críticas e, por isso, especialmente responsável pela busca de novos aparatos lógicos - e as abordagens de algumas das lógicas alternativas, na tentativa de resolvê-lo.

Lógicas temporais

São lógicas que tentam recuperar o papel do tempo verbal para a verificação da validade ou não dos argumentos informais. São estudos recentes, da década de 1960, para cá, nos quais se destacam as propostas de dois autores, o filósofo americano Willard V. O. Quine (1908-2000) e o neo-zelandês Arthur N. Prior (1914-1969), este último, considerado o fundador da lógica temporal.

Quine propõe que o discurso temporal seja representado dentro do aparato clássico; na verdade, ele elimina o tempo verbal. Para isso, propôs a reescrita dos argumentos informais em simbolismo formal, por meio de uma variável "t", que varia entre épocas. Uma época é uma parcela do espaço-tempo, de qualquer duração - uma "fatia" de um mundo quadridimensional, e dois acontecimentos são considerados idênticos se e somente se possuem a mesma localização no espaço e no tempo. Além disso, usa verbos "sem tempo", escritos no presente do indicativo. Por exemplo,

Sentença informal

Paulo casou com Ana:

Paulo vai casar com Ana:

Simbolismo formal

$(\exists t)$ (t é antes de agora e Paulo em t *casa* com Ana em t)

$(\exists t)$ (t é depois de agora e Paulo em t *casa* com Ana em t)

Prior, em 1968, formulou uma lógica temporal para a linguagem natural. Para sistematizar a representação de variação verbal, e a atribuição de valor de verdade às sentenças, criou operadores temporais, que possibilitam a reescrita de uma sentença no presente do indicativo numa do futuro do indicativo (operador F) ou numa do pretérito (operador P). Por exemplo,

q: Paulo está casando com Ana.

Pq: Paulo casou com Ana

Fq: Paulo casará com Ana

FPq: Paulo terá casado com Ana

Pela sistematização proposta, a lógica de Prior é aplicada em sistemas computacionais, no tratamento de dados que envolvam tempos verbais.

Lógicas modais

Um *modal* é uma expressão ("necessariamente", "possivelmente") que é usada para qualificar a verdade de um julgamento. Uma lógica modal estuda o comportamento dedutivo das expressões "é necessário que" e "é possível que", isto é, preocupa-se com as noções de *necessidade* e de *possibilidade*. Ela se utiliza dos seguintes operadores básicos:

| <u>operador</u> | <u>representação simbólica</u> |
|--|--------------------------------|
| é possível que | \diamond |
| não é possível que (é impossível que) | $\sim\diamond$ |
| é necessário que | \square |
| não é necessário que (é contingente que) | $\sim\square$ |

"Há uma longa tradição filosófica de distinguir entre verdades *necessárias* e verdades *contingentes*. A discussão é freqüentemente explicada da seguinte maneira: uma verdade necessária é uma verdade que não poderia ser de outra forma, uma verdade contingente, uma que poderia; ou, a negação de uma verdade necessária é impossível ou contraditória, a negação de uma verdade contingente é possível ou consistente; ou, uma verdade necessária é verdadeira em todos os mundos possíveis, uma verdade contingente é verdadeira no mundo real, mas não em todos os mundos possíveis." (Haak, 1998, p.229)

Em sua obra, *Organon*, Aristóteles já tratava, sistematicamente, de noções modais, como "necessário", "possível", "contingente", "impossível". Nos *Primeiros Analíticos*, podemos acompanhar sua preocupação com esses conceitos:

Temos que dizer primeiro que se quando A é, é necessário que B seja, então se A é possível é também necessário que B seja possível.

E explica:

Porque suponhamos que aquilo a que chamamos A é possível, e que aquilo a que chamamos B é impossível. Se então o possível, uma vez que é possível, passasse a ser, e o impossível, uma vez que é impossível, não chegasse a ser, então seria possível para A vir a ser sem B; ... (apud Kneale & Kneale, 1980, p.93).

O surgimento do primeiro sistema de lógica modal, contudo, é atribuído a Lewis, na obra *Survey of symbolic logic*, em 1918.

Uma lógica modal resulta do acréscimo, aos princípios da lógica proposicional, de regras como, por exemplo, a regra da necessidade: "Se A é verdadeiro, então A é necessário." Os cálculos da lógica modal permitem obter os seguintes teoremas:

| | |
|---|--|
| $\Box A \leftrightarrow \sim\Diamond\sim A$ | ("ser necessário" equivale a "é impossível não ocorrer") |
| $\Diamond A \leftrightarrow \sim\Box\sim A$ | ("ser possível" equivale a "é contingente não ocorrer") |
| $\sim\Box A \leftrightarrow \Diamond\sim A$ | ("ser contingente" equivale a "é possível não ocorrer") |
| $\sim\Diamond A \leftrightarrow \Box\sim A$ | ("ser impossível" equivale a "é necessário não ocorrer") |

Lógicas trivalentes

Em 1920, Jan Lukasiewicz concebeu a idéia de usar um sistema de lógica trivalente para dar conta de afirmações a respeito do futuro (os chamados *futuros contingentes*, de *Aristóteles*). A explicação de seu sistema é dada pela seguinte situação-exemplo:

Eu posso supor sem contradição que a minha presença em Varsóvia num certo momento do tempo, e.g. ao meio-dia do dia 21 de dezembro, no momento presente ainda não está decidida positiva ou negativamente. É por isso possível mas não necessário que eu esteja presente em Varsóvia na altura referida. Nesta suposição a afirmação "Estarei presente em Varsóvia ao meio-dia do dia 21 de dezembro do próximo ano" não é verdadeira nem falsa no momento presente. Porque se fosse verdadeira no momento presente a minha futura presença em Varsóvia teria que ser necessária, o que contradiz a suposição e se fosse falsa no momento presente, a minha presença futura em Varsóvia seria impossível, o que de novo contradiz a suposição. A frase declarativa sob consideração não é, no momento presente, nem verdadeira nem falsa e tem que ter um terceiro valo, diferente de 0, ou falso, e de 1, ou verdadeiro. Podemos indicá-lo por "1/2", isto é, "o possível" que fará um terceiro valor juntamente com "o falso" e "o verdadeiro". É esta linha de pensamento que dá origem a um sistema de três valores de lógica proposicional. (Lukasiewicz, apud Kneale & Kneale, 1980)

Os conectivos lógicos são definidos de modo a coincidirem com seus valores na lógica bivalente. Por exemplo, quanto à negação, temos

| | |
|-----|-----|
| p | ~p |
| 1 | 0 |
| 1/2 | 1/2 |
| 0 | 1 |

Lógicas polivalentes

São extensões da lógica trivalente, com uma quantidade qualquer de valores lógicos, finita ou não. Tratam-se de lógicas que lidam com as aproximações probabilísticas.

Lógica *fuzzy*² (ou difusa, ou ainda, nebulosa)

Estruturada em 1965, por Lofti A. Zadeh, da Universidade da Califórnia, a lógica *fuzzy* permite representar valores lógicos intermediários entre Verdadeiro e Falso, possibilitando o tratamento de atributos imprecisos, como altura (alto,

² Fuzzy, em inglês, significa incerto, duvidoso.

baixo, médio), velocidade (rápido, lento, normal), tamanho (pequeno, médio, grande, extra-grande), quantidade (muito, razoável, pouco) etc. Ela combina lógica polivalente, teoria das probabilidades, inteligência artificial e redes neuronais, visando a representar o modo humano de pensar e se expressar.

A lógica fuzzy se fundamenta na existência de conjuntos, chamados conjuntos *nebulosos*. Na teoria clássica dos conjuntos, um dado elemento do universo considerado pertence ou não pertence a um referido conjunto, não havendo dúvidas quanto a qual das situações ocorre. Já na teoria dos conjuntos nebulosos, existe um grau de pertinência de cada elemento a um determinado conjunto. Por exemplo, com que grau de precisão podemos afirmar que uma determinada pessoa pertence ou não ao conjunto "das pessoas altas"?

O número de conjuntos indica o grau de precisão com que lidamos com uma variável. Por exemplo, considerando a variável "tamanho", podemos considerar 3 conjuntos (o conjunto das "coisas" pequenas, das médias e das grandes), ou, com um maior grau de precisão, 5 conjuntos (muito pequenas, pequenas, médias, grandes, muito grandes). Para classificar algo, quanto à variável tamanho, estabelecemos graus de associação a cada conjunto considerado. Por exemplo, poderíamos classificar uma casa, quanto ao seu tamanho, como sendo 0,7 grande, 0,3 média e 0,0 pequena. Assim, a lógica fuzzy manuseia todos os valores do intervalo $[0, 1]$; os valores 0 e 1 podem ser associados aos valores verdadeiro e falso, e vistos como casos limite,

Os valores-verdade da lógica fuzzy são expressos linguisticamente (quente, muito frio, perto, longe etc.). Essa lógica possui modificadores de predicado (muito, mais ou menos, pouco, bastante etc.) e quantificadores (poucos, vários, em torno de, cerca de etc.). Além disso, ela faz uso de expressões linguísticas para traduzir probabilidades (provável, improvável etc.), que são interpretadas como números fuzzy e manipuladas aritmeticamente.

Sistemas baseados na lógica fuzzy vêm sendo adotados, principalmente pelos japoneses, na confecção de artefatos diversos, como aspiradores de pó, máquinas fotográficas e de lavar roupa, e aparelhos de ar condicionado, assim como em sistemas de controle ópticos, de elevadores, de aterrissagem de naves espaciais, entre outros.

Lógicas indutivas

Indução: Ato de induzir; raciocínio em que, de fatos particulares se tira uma conclusão genérica. (Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa)

Um raciocínio indutivo é uma forma de raciocínio onde a conclusão *não é necessária*, dadas as premissas. Nele, o que interessa é a probabilidade da conclusão, que corresponde à probabilidade indutiva do argumento.

Exemplo de um silogismo estatístico:

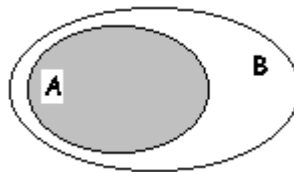
90% dos estudantes de informática são criativos
José é estudante de informática.
Logo, há 90% de chance de José ser criativo.

Lógicas paraconsistentes

São lógicas que negam o princípio da não-contradição, permitindo certas investigações que não seriam possíveis à luz da lógica tradicional. Um exemplo clássico de um fenômeno com essas características intrigantes é a luz, que parece ser e não ser onda, ser e não ser partícula, concomitantemente.

Ao admitir que uma proposição e sua negação possam ser simultaneamente verdadeiras, porém, uma lógica paraconsistente não pode fazê-lo sem impor algumas restrições. Para enxergarmos a razão disso, voltemos à lógica de Aristóteles.

A implicação "se A então B" (ou "se x está em A então x está em B") pode ser interpretada como uma proposição categórica do tipo universal afirmativa: "todo A é B", na qual o conjunto A está contido no conjunto B, como ilustra a figura abaixo:



Consideremos, agora, a proposição composta A: $(p \wedge \sim p)$, para alguma proposição p. Claramente, A é uma contradição; logo, o conjunto das proposições p, que tornam A verdadeira, é vazio. Ora, o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto B. Essa situação equivale à implicação "se $(p \wedge \sim p)$ então q", para toda proposição q !!! Diz-se, então, que, a partir de uma contradição, podemos chegar, *validamente*, a qualquer conclusão.

Para entendermos o problema que a lógica paraconsistente enfrenta, temos ainda que considerar duas definições: um sistema formal é *consistente* se não é possível demonstrar, simultaneamente, a veracidade de uma fórmula bem formada e a de sua negação. Caso contrário, se A e $\sim A$ puderem ser demonstradas, a teoria é *inconsistente*, e como toda fórmula desse sistema pode ser provada, dizemos que a teoria é *trivial*.

Pois bem: a lógica paraconsistente pretende poder transformar uma teoria inconsistente em uma teoria não trivial. A negação do princípio da não-contradição deve, então, de alguma maneira, ser acontrolada de modo a não permitir que de duas proposições contraditórias se possa deduzir qualquer fórmula do sistema..

Entre os pensadores que se debruçaram sobre o problema da contradição, destacam-se Lukasiewicz (1910-1971), que afirmava que Aristóteles já tinha idéia da possibilidade de derrogação da lei da contradição; N. Vasiliev, que, entre 1910 e 1913, publicou uma série de artigos que já delineavam uma lógica paraconsistente; e Jaskowski que, em meados de 1949, propôs um sistema lógico, ainda não axiomatizado. Esse sistema só foi sistematizado por Newton da Costa, em 1963, considerado, internacionalmente, como o real criador das lógicas paraconsistentes.

Uma das aplicações pretendidas pela lógica paraconsistente é permitir a um computador operar com base em dados contraditórios, detectando e "isolando" as inconsistências advindas de erros humanos ou de múltiplas - e contraditórias - fontes de informações. A lógica paraconsistente pode também auxiliar a robótica, no sentido de fazer os robôs tomarem decisões, por meio de seqüências lógicas,

que chequem o mais perto possível da decisão humana, o que é muito mais abrangente do que somente verdadeiro ou falso.

Sobre a implicação...

A chamada implicação material, da Lógica Clássica tem sofrido sérios ataques por parte dos estudiosos. Como já citado anteriormente, essa lógica só lida com proposições, que são sentenças declarativas, obrigatoriamente verdadeiras ou falsas, não podendo ser as duas coisas, simultaneamente. As proposições simples podem se conectar formando proposições compostas. A proposição composta pelo conectivo *condicional* (chamada *implicação material*), representada por $p \Rightarrow q$ (lê-se: "se p então q") somente assume o valor lógico falso quando se tem o antecedente (p) verdadeiro e o conseqüente (q) falso. Daí podemos concluir - e é essa conclusão que incomoda sobremaneira os estudiosos de lógica - que uma proposição falsa implica materialmente qualquer proposição e uma proposição verdadeira é implicada materialmente por qualquer proposição. Adicionalmente, podemos provar que a proposição $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$ ("p implica q ou q implica p") é verdadeira, não importando se as proposições p e q são verdadeiras ou falsas³, o que levou Lewis a comentar que "se se tomam quaisquer duas sentenças ao acaso, de um jornal, ou a primeira vai implicar a segunda, ou a segunda, implicar a primeira"(Haak, 1998, p. 68).

Para evitar esse *paradoxo da implicação material*, Lewis, no âmbito da lógica modal, define uma *implicação estrita*, que só é verdadeira no caso em que o conseqüente é verdadeiro em todos os mundos possíveis nos quais o antecedente é verdadeiro. Infelizmente, essa nova implicação também apresenta paradoxos, pois dela deriva que uma proposição impossível implica estritamente qualquer proposição e uma proposição necessária é implicada estritamente por qualquer proposição.

Numa tentativa de resolver o problema da implicação, evitando os paradoxos dela decorrentes, há uma outra lógica - a Lógica da relevância - que propõe um condicional ainda mais estrito, que requer uma relação de relevância entre o antecedente e o conseqüente.

Conclusão

As extensões da Lógica Formal buscam aprimorar a representação do raciocínio humano. Cada uma delas procura preencher uma lacuna, em algum sentido, mas o fato é que quanto mais pensa avançar na empreitada, mais lacunas aparecem. Como uma utopia, que se afasta de nós, à medida que caminhamos em direção a ela e que, talvez, tenha mesmo essa função, a de nos fazer caminhar...

*** SP/17-06-04

Bibliografia

- Costa, Newton da. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. São Paulo: Hucitec/Edusp, 1980.
 Costa, Newton da. *Lógica indutiva e probabilidade*. 2ed. São Paulo: Hucitec/Edusp, 1993.
 Haack, Susan. *Filosofia das lógicas*. São Paulo: UNESP, 1998.
 Kneale, W. e Kneale, M. *O desenvolvimento da lógica*. 2ed. Lisboa: Fundação Gulbenkian, 1980.

³ Uma proposição composta que é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a constituem é chamada uma *tautologia*.

Mortari, Cezar A. *Introdução à lógica*. São Paulo: UNESP, 2001.