

### Conexões:

#### História da Matemática através de Projetos de Pesquisa

Antonio Carlos Brolezzi

Departamento de Matemática – IME/USP

[brolezzi@ime.usp.br](mailto:brolezzi@ime.usp.br)

[www.ime.usp.br/~brolezzi](http://www.ime.usp.br/~brolezzi)

### Resumo

Este Mini-Curso apresentará exemplos de tópicos do conteúdo de Matemática elementar que podem ser abordados em forma de mini-projetos de pesquisa envolvendo o uso da História da Matemática. Pretende-se sugerir que o conteúdo seja abordado levando-se em conta a lógica da ciência em construção, com o desenvolvimento da criatividade e da habilidade de fazer conexões. O uso de tecnologias será apresentado como forma conveniente e interessante de se trabalhar com projetos de pesquisa, ainda que requeira cuidados especiais.

### Introdução

O uso de História da Matemática tem sido apontado como instrumento importante para o ensino de Matemática em todos os níveis (Baroni e Nobre, 1999). O valor desse recurso está reconhecido em textos e programas oficiais que afetam o ensino nacional (PCNs, PNLD, ENC) e está presente em diretrizes dos cursos superiores de matemática.

Academicamente, esse instrumento foi apresentado como fator decisivo para a aprendizagem significativa da Matemática (Brolezzi, 1991). Tem-se indicado sua importância para mostrar o caráter dinâmico da Matemática, em que do uso passa-se à descoberta, depois à exploração/desenvolvimento e por fim à definição (Davitt, 2000). Também aponta-se para a ajuda que significa para os alunos fazerem conexões entre as idéias estudadas (Wilson e Chauvot, 2000).

Este Mini-Curso pretende sugerir exemplos de tópicos do conteúdo de Matemática do Ensino Fundamental e Médio que podem ser abordados em forma de mini-projetos de pesquisa envolvendo o uso da História da Matemática. Particularmente, pretende-se sugerir que o conteúdo seja abordado levando-se em conta a lógica da ciência em construção. Com isso, espera-se que os alunos façam conexões entre os tópicos da Matemática e outras disciplinas e contextos, de modo que relacionem a Matemática com as etapas de desenvolvimento da humanidade (PCN-EM).

Tanto para a realização das pesquisas quanto para a apresentação dos seus resultados, o uso de tecnologias será apresentado como forma conveniente e interessante de se trabalhar com História da Matemática. A Internet como fonte de pesquisa permite transcender a linearidade dos textos, e propicia importantes discussões sobre os cuidados especiais com a Internet, a validade e fidedignidade das fontes de pesquisa histórica (Brolezzi, 2001).

A construção de páginas da Internet será apresentada como forma de organizar e socializar o processo de aprendizado e a divulgação dos resultados desse processo (Levy, 2001).

### O professor de Matemática criativo

A criatividade é uma característica muito importante na atividade do professor de Matemática. Parece haver uma exigência maior de criatividade em certas profissões que oferecem um contato freqüente com um mesmo público. Por outro lado, não se pode inventar demais, sob pena de perda de identidade e objetividade do que se está querendo desenvolver. Saber combinar uma certa dose de repetição com uma contínua arte de inovar é um dos grandes segredos do sucesso em tarefas que lidam continuamente com um mesmo público.

A profissão de professor supõem um contato rotineiro com um determinado grupo de pessoas: os alunos. Convivemos com uma classe às vezes mais tempo que pessoas das famílias dos alunos. É importante descobrir a chave de ser constantes e repetir continuamente certas práticas de sucesso, ao mesmo tempo em que inovamos de vez em quando.

Quando entramos em sala para mais uma aula, temos sobre nós a atenção de uma quantidade de pessoas diferentes, com olhares distintos. Todos os olhares recaem sobre nós, na esperança de que apresentemos uma novidade. Há pessoas das quais não se espera qualquer alteração de comportamento – são sempre as mesmas. A estabilidade é característica das pessoas confiáveis, serenas, maduras. Mas também dos previsíveis, daqueles que não oferecem novidade alguma. Uma parte de nós não deve mudar nunca, nosso caráter, nossa personalidade. Mas alguma coisa poderia mudar às vezes.

No que se refere à percepção que os alunos têm dos professores, podemos dizer que, em geral, os alunos repararam em tudo o que aparentamos e até no que não gostaríamos que transparecesse. Sabem se usamos sempre os mesmos sapatos, se mudamos a marca do perfume, se assistimos novelas. Melhor que alguns membros de nossa própria família, podem dizer rapidamente se dormimos bem, se estamos desesperados, se temos um novo amor. Se tentarmos dissimular uma tristeza, por exemplo, o máximo que conseguiremos é que os alunos percebam que, além de estarmos tristes, estamos também tentando esconder a tristeza. Portanto, não há o que fazer, senão deixar-se conhecer pelos alunos. Ter uma atitude dissimulada diante dos alunos é inútil.

O que podemos fazer é tentar ser melhores sinceramente. Como ninguém dá o que não tem, é preciso crescer por dentro para que os alunos percebam que temos novidades. Não adianta enganar, fazer de conta que agora tudo será diferente. A criatividade deve vir de dentro, de um espírito interessante, não de uma prótese artificial.

Estamos propondo que, para ser criativo, é preciso uma grande dose de estudo e de cultura profissional. Para inventar, é preciso estudar mais.

A clássica afirmação sobre o trabalho dos cientistas de que seria constituído de 99% de transpiração e 1% de inspiração, pode ser aplicada ao trabalho do professor também. Podemos dizer que com mais cultura matemática, com mais recursos previamente (e às vezes arduamente) armazenados, o professor pode ficar mais tranqüilo e na hora da aula essa preparação remota pode dar espaço para mais criatividade. Ou seja, como o trabalho já foi antecipado, planejado, preparado, quando chegar a hora de encontrar os alunos, as coisas fluem e se abre espaço para a espontaneidade.

O que é essa cultura matemática de que falamos? Aqui estamos utilizando o termo cultura matemática para referir-se aquele conhecimento que engloba e transcende o conhecimento matemático. Ou seja, além de saber matemática, o professor deve conhecer história da

matemática, deve saber usar computadores no ensino, usar e criar materiais didáticos diversos, conhecer aplicações da matemática, problemas interessantes e não-rotineiros, jogos, curiosidades.

Mas há uma grande força latente nas escolas, que pode contribuir decisivamente para a construção de aulas de matemática criativas. Falo dos alunos; de suas peculiaridades, de suas dificuldades e problemas, de sua diversidade, da pluralidade de seus olhares e modos de ser.

Se me for permitida uma breve digressão, vou contar uma reminiscência pessoal não muito transcendente mas que me traz sempre inspiração. Quando comecei a fazer Licenciatura em Matemática, tinha que dar aulas para sobreviver (sobreviver é o que significa habitar o CRUSP). Minha timidez era pavorosa. Sem ter nenhuma preparação prévia de didática (a disciplina de Prática de Ensino só apareceria no último ano), lembro que ficava ensaiando aulas novas em uma sala do IME-USP. Quanto não ensinei àquelas carteiras solidárias! O problema é que, ao chegar à sala de aula real, as carteiras surpreendentemente não estavam vazias, mas ocupadas por seres inquietos e de difícil abordagem. Aqueles alunos ali sentados não estavam no programa. Chegava, em minha obtusidade, a ter que imaginar as carteiras vazias para poder dar aulas!

Uma reação que tive ante essa situação foi a de buscar a tal "cultura matemática" para poder ter acesso àqueles alunos que teimavam em não entender uma palavra do que eu dizia. O fato de eles não entenderem minha língua (que diferença das carteiras vazias, tão compreensivas!) é que me fez procurar melhorar minhas próprias concepções. Se tivesse dado certo meu esquema de dar aulas para carteiras vazias, até hoje estaria dando aulas para carteiras vazias.

Sorte minha que deu tudo errado. Mal começava a falar e vinha uma dúvida: "para que estudar isso?", "para que tenho que saber uma coisa tão chata?".

Olhando para os alunos, e não para as carteiras, podemos perceber coisas interessantíssimas. Em geral, creio que as dúvidas dos alunos sobre as aulas de matemática são de dois tipos. Perguntas visando o esclarecimento de como é mesmo que se faz determinada coisa, como por exemplo como é mesmo que se faz para achar a equação de uma reta dados dois pontos. E perguntas visando descobrir, afinal, por que temos que aprender como se faz isso.

As perguntas do primeiro tipo são respondidas explicando melhor a mesma coisa ou procurando variar a explicação, inclusive mostrando que há vários métodos para fazer isso, e o aluno poderá escolher o método que melhor for compatível com seu signo. Já as perguntas do segundo tipo exigem sair fora da matemática. Não bastam explicações do tipo: "Olha, cai na prova, é por isso que você tem que aprender isso" ou ainda "Você precisa saber como encontrar a equação da reta dados dois pontos para o caso de você ter dois pontos e então se você quiser encontrar a equação da reta que passa por eles, como vai fazer? Por isso tem que saber isso".

Em geral, pontualmente, nenhum resultado de matemática elementar (aquela que vai até o final do Ensino Médio) serve realmente para grande coisa. Essa afirmação categórica pode chocar aqueles que gostam de pensar que "Existe Matemática em tudo o que nos cerca". E vêm aqueles exemplos artificiais de uso da matemática, que acabam por reduzir, ao invés de aumentar, o valor da disciplina.

Quando o aluno pergunta para que serve alguma coisa pontual, como por que tem que saber como obter a equação da reta dados dois pontos, em geral é porque o curso não está estruturado de modo a garantir que os alunos saibam o tempo todo por que estão estudando

matemática, ou no caso geometria analítica. Você só faz perguntas do tipo "Mas que diabos eu estou fazendo aqui?" quando você está em um *camping* onde chove o tempo todo, ou em uma festa regada a cerveja quente. O aluno só pergunta "para que serve" quando o conteúdo está sem graça, fora do contexto.

Mais uma reminiscência, se for permitida. Dei aulas alguns anos em uma escola dirigida por psicólogas. Foi minha verdadeira escola. Até hoje só tenho feito aplicar e desenvolver o que aprendi lá. Tínhamos duas horas de reunião por semana, todos os professores falando sobre suas aulas, seus alunos. Aprendíamos a "ler" o que o aluno quer manifestar quando faz ou diz alguma coisa. Em geral, o aluno não quer dizer o que diz, mas algo diferente daquilo que disse ou fez. Havia alunos daqueles geralmente chamados de problemáticos. Por exemplo, um aluno jogou uma cadeira em minha cabeça enquanto eu estava sentado em minha mesa muito satisfeito com a segurança de minha suprema autoridade. Fiquei muito surpreso, pois era um aluno de quinta série muito franzino, e a cadeira era pesada. Em conversas com as psicólogas da escola, procurei refletir sobre o acontecimento. O que aquele aluno estaria querendo me comunicar? Quais os seus sentimentos? O que ele quis dizer que só poderia ser dito assim, através do gesto extremo de atirar uma cadeira na cabeça do professor de matemática? Creio (espero) que os problemas daquele aluno devem ter sido estudados e resolvidos após todos esses anos. Aparentemente, ele não estava revoltado especificamente comigo ou com a matemática, mas com aquela atmosfera asfíxia, caldo de cultura de todas as neuroses, em que tende a se transformar uma aula tensa e recheada de ressentimentos e humilhações.

Considero-me uma pessoa de sorte, não só pelo fato de a cadeira não ter me atingido em cheio, mas pelo fato de poder ter aprendido com experiências assim tão claras e didáticas. Por vezes, em uma aula em que o trabalho esteja se desenvolvendo com certa supressão de coisas ocultas, com violência dissimulada, imagino uma cadeira voadora, e pronto, já estou de volta ao mundo dos humanos. E sinto a premência de ser criativo e interessante, e fazer minhas aulas criativas e interessantes. Às vezes, sinto tanta vontade de ser mais humano que até suspiro sozinho. Preciso reencontrar minhas amigas psicólogas.

Mas será que existe criatividade? Um filósofo que dividia uma mesa de debates comigo afirmava: não existe criatividade. Deu argumentos pesados, citando os gregos, a origem latina das palavras, falou muito bem. Me senti meio ridículo, mas como ele não parava mais de falar, pude ter tempo de me recompor e observar sua performance. O filósofo elaborou um discurso cheio de criatividade, para tentar mostrar que a criatividade não existia. Fiquei convencido de que tinha razão. Pensei: "Eis aí um homem bem criativo." Percebi então que, mesmo que a palavra criatividade fosse, como ele dizia, "datada", e que para o bem dos povos deveríamos evitar falar em criatividade, já que não criamos mesmo nada, no sentido grego do termo (ou será latino?), mesmo assim se eu quisesse descrever aquilo que normalmente chamamos de criatividade, e que todo mundo sabe o que é, como deveria falar? Enquanto aguardo para saber a resposta a essa pergunta, continuarei a usar a palavra criatividade mesmo.

Ainda me interessa saber como ser mais criativo (seja lá o que isso for!). David Perkins, doutor em matemática pelo MIT, autor de "A banheira de Arquimedes – como os grandes cientistas usaram a criatividade e como você pode desenvolver a sua" (2002), elaborou uma interessante analogia para tentar descrever a arte do pensamento criativo. Contou a história da corrida do ouro no Alasca em 1897. Tudo começou com a notícia de que havia sido encontrado ouro na região chamada Klondike, uma região desértica e inóspita. A existência de uma planície sem pistas

oferecendo uma imensidão das possibilidades para se procurar ouro foi a metáfora da qual Perkins extrai muitas analogias que utiliza para explicar como ser mais criativo. Para ele, o espaço de possibilidades, ou espaço klondikeano, serve de pano de fundo para ele explicar as quatro operações fundamentais do pensamento criativo: perambular, detectar, reenquadrar e descentralizar.

Perambular, andar por aqui e ali, deixar o pensamento solto. Detectar algumas pistas sutis, elaborar algumas hipóteses. Olhar o problema de outra forma, inverter as perspectivas. Sair do estreito mundo das condições pré-estabelecidas, olhar para além do nosso horizonte estreito.

Não falei o suficiente para explicar as idéias de Perkins, explicitadas com exemplos interessantes em seu livro. Mas para nós aqui acho que já deu para entender que a cultura matemática de que falava é um espaço klondikeano, e que nossa atividade de pesquisa é como explorar uma Serra Pelada em busca de ouro, e que a criatividade é uma atividade de busca às vezes árdua.

Ou seja, para criatividade, estudo. Um ótimo campo de estudos é a história da matemática. Isso supõe interessar-se pela história universal dos povos, e também pela aventura humana, pela questão mais transcendente sobre o sentido da vida.

Algumas pessoas não gostam disso. Sentem vertigem quando propomos perambular, transcender limites, inverter o sentido dos problemas, apostar em pistas improváveis. Mas isso não é tão estranho, quando pensamos na pesquisa sobre a História da Matemática, por que sempre estamos no nosso planeta, no que chamamos de lar. Como dizia Gusdorf, em "Professores para que?", cada um de nós traz dentro de si uma vocação para a humanidade. Por isso é preciso redescobrir o valor e o gosto pela condição humana, pela história, para quem quer ampliar sua cultura matemática e ensinar de modo mais criativo. Não dá para ficar dando aulas somente para as carteiras. Existem pessoas sentadas ali. E cuidado com as cadeiras voadoras.

### Aprendizagem através de projetos

Um olhar atento sobre os alunos, revela todo um universo de muitos mundos a conhecer e buscar manter contato. A comunicação com os alunos começa quando prestamos atenção no que eles estão querendo saber.

Quando o aluno pergunta "para que serve", em geral é sinal de que é preciso reestruturar o curso para que o ensino tenha significado. E isso pode ser feito com um bom estudo de História da Matemática. A história não mostra por que cada coisa foi criada. Muitas vezes, o que é surpreendente para o professor, a matemática se desenvolveu sem muito sentido prático. É uma grande falsidade pensar que a Matemática nasceu das necessidades práticas do dia-a-dia. A matemática é abstrata, esse é seu grande valor. Não serve para nada. E ao mesmo tempo serve para tudo. Toda a tecnologia atual está embasada em muita matemática. Mas não que a matemática sirva isso ou aquilo.

Eis um paradoxo interessante. Os gregos perceberam isso, e por isso foram tão longe. Aristóteles comenta que Tales andava olhando para cima, em profunda meditação, e caiu em uma poça d'água. Sua criada, que o observava do balcão, exprimiu todo o sentido desse paradoxo da aplicação científica: "Ó grande Tales, o senhor anda com a cabeça nas estrelas, e não sabe onde põe os pés". É isso. Tales pensava em coisas sem aplicação prática imediata. Para isso tinha que tirar o olhar do chão,

e elevar sua mente. Depois, sua matemática teve enormes aplicações práticas. Diz-se que ele mesmo teria enriquecido prevendo astronomicamente uma super safra de azeitonas. Não se sabe ao certo. Mas o modo grego de ver as coisas ficou para sempre definido no espírito científico: conhecer por conhecer. Todo homem por natureza ama o conhecimento.

Ou seja, se a matemática tem que servir para alguma coisa, façamos como Euclides (também se conta essa história de outras pessoas) que ofereceu uma moeda a um aluno para cada teorema que aprendia. O aluno tinha perguntado: "O que vou ganhar com isso?" Ganhou suas moedas, e se foi inteligente deve ter percebido aos poucos o valor daquilo que aprendia. Que bom seria se conseguíssemos mostrar para os alunos que a matemática é tão interessante e tem tanto valor em si que não importasse saber para que serve cada coisinha que aprendemos.

Isso significa trabalhar com projetos. Existem estudos acadêmicos sobre como e porque trabalhar com projetos em sala de aula. De um modo mais profundo e abrangente, Machado (1997) desenvolveu a relação ente projetos e educação que transcendem a mera tecnicidade de uma metodologia pedagógica. Projetos são a essência da educação, na medida em que são a perspectiva de um futuro a se construir, envolvendo a noção fundamental de valores. Ou seja, os projetos não são apenas um meio de se buscar a educação. Na verdade, a educação é que faria parte de um projeto maior, a vida a construir. Por isso, trabalhar com projetos na escola seria o mesmo que trazer a educação para um lugar mais transcendente, que é a de meio de atingir a própria essência da vida.

Em "Sobre a idéia de projeto", Machado (1997) relaciona projetos com vocação, e nessa perspectiva, a idéia de projeto ocupa o papel de fio condutor para a organização das ações. Há uma relação forte entre projetos de vida dos alunos e projetos pedagógicos da escola. "A própria organização das atividades didáticas deve ser encarada a partir da perspectiva do trabalho com projetos (...). A justificativa dos conteúdos disciplinares a serem estudados deve fundar-se em elementos mais significativos para os estudantes, e nada é mais adequado para isso do que a referência aos projetos de vida de cada um deles, integrados simbioticamente em sua realização aos projetos pedagógicos das unidades escolares". Esse sentido mais transcendente da idéia de projetos deveria ser uma consequência necessária do trabalho do professor de matemática que quer ser criativo e, na tentativa de se comunicar com os alunos reais que estão à sua frente, estudar mais e trabalhar a matemática em seu contexto amplo, cultural e histórico.

Trata-se de desenvolver o conteúdo na perspectiva dos alunos que querem o tempo todo saber "para que servem" as coisas que estão aprendendo. Os projetos, aqui entendidos como uma organização de uma busca ou investigação que uma coisa que se quer conhecer melhor, seriam criados em conjunto com os alunos, em atenção com o que eles manifestam que querem saber.

Como falamos desde o início, entendemos que a criatividade do professor deve ser alimentada com mais cultura, e situamos o conhecimento histórico como parte essencial dessa cultura.

Mas essa busca do professor não costuma ser a parte do seu trabalho pedagógico. Várias razões levam ao fato de que o professor de matemática não possui, ao término do seu curso de Licenciatura, a cultura necessária que possa fazer com que consiga recheiar as aulas da riqueza oriunda do estudo da História da Matemática. Entretanto, isso não está sendo aqui colocado como um problema, mas sim como uma circunstância que tem seu lado altamente positivo.

Uma observação paralela: não pretendemos que o professor seja culto e criativo e com isso humilhe e se sobreponha aos seus alunos reduzidos agora a duplos ignorante, de matemática e também de história e outras contextualizações da matemática. Seria muito triste que construíssemos o conhecimento de história da matemática, motivados a meter-se nessa área por razões pedagógicas, para depois fazer dela outro corpo de conhecimentos herméticos e por-se a aterrorizar os alunos não apenas com a clássica e temida matemática, mas agora com algo ainda mais difícil que é a história da matemática.

O uso direto, ou seja, contar a história da matemática, é talvez o tipo de utilização da História menos interessante e necessário. Propomos que é imprescindível conhecer a história para poder recheiar o ensino de ligações entre os conceitos, de exemplos de aplicação, de diferentes modos de pensar, de diferentes linguagens, de problemas interessantes, de jogos e de toda a cultura matemática fornecida pelo estudo da história. Pesquisa, projetos, é disso que o ensino de matemática carece para ser mais interessante para o aluno. Quem perguntará "para que serve?" seremos nós. Os alunos irão nos responder. Ou não.

A carência de conhecimentos históricos por parte do professor de matemática pode ser ótima oportunidade de colocar-se mais próximo dos alunos e trabalhar em forma de projetos. Vamos aprender juntos com os alunos. O critério dos professores, em geral mais maduro e menos impressionável, será o guia para a pesquisa que os alunos – e também o professor! – irão empreender.

Onde isso nos levará? A cumplicidade entre os professores e os alunos só pode trazer benefícios, na medida em que o que se busca sobretudo é a construção de um ambiente em que o aluno não fique sempre com a pergunta "para que serve" na ponta da língua, enquanto o professor fique com a receio de que o aluno faça a pergunta fatal. Não, aqui os alunos irão saber que as coisas não estão todas escritas e que há muito mais mistério na vida que respostas prontas.

### Micro-projetos de pesquisa

Estamos defendendo que um curso de matemática em qualquer nível pode ser feito por meio da construção de projetos. Esses projetos são geralmente de pesquisa. Podem ser projetos de construção de materiais, mas envolveriam sempre alguma pesquisa. Aqui falaremos da pesquisa em si. Pensamos que pesquisa seja uma investigação sobre algo que se quer saber, sempre relativa ao sujeito da pesquisa ou ao seu ambiente.

Em geral, para se fazer uma pesquisa é preciso planejar o que se pretende fazer. Mas nem sempre isso é possível. Há assuntos ainda tão pouco claros que é impossível planejar como pesquisá-los, já que nem há ainda clareza quanto ao objeto da pesquisa.

Seja como for, ajuda tentar identificar partes do projeto de pesquisa. Isso é particularmente útil para que se tenha uma idéia do espírito do que é uma pesquisa.

Em primeiro lugar, vem a pergunta, ou **problema** de pesquisa. Algo que nos inquiete, cuja resposta não sabemos mas temos intenção de investigar. No nosso caso, parece que a pergunta inicial é sempre "Para que serve isso?" relativa a algum tópico de matemática. Muito bem, já é uma pergunta. Para que servem Números Complexos, Cônicas, Funções Trigonométricas etc.

Mais para a frente, podemos identificar e especificar melhor o nosso problema de pesquisa. Mas por enquanto

ele surge naturalmente como uma dúvida, um interesse da classe por saber mais sobre um determinado assunto.

Em seguida vem o levantamento de **hipóteses**. Tratam-se de primeiras respostas ao problema dado, respostas que achamos plausíveis mas ainda passíveis de melhores explicações e verificações. Por exemplo, se a questão é "Para que servem números complexos?", um professor poderia sugerir como hipótese: "Os números complexos surgiram no contexto da busca por soluções das equações algébricas do terceiro grau, mas hoje em dia servem, entre outras coisas, para entender o funcionamento dos circuitos eletrônicos".

As hipóteses podem ser refutadas ao longo da pesquisa, mas a princípio escolhermos alguma que pretendemos comprovar. Daí vêm o **objetivo** da pesquisa, que se resume a tentar comprovar a hipótese. No caso considerado, o objetivo principal é "Verificar se os números complexos servem para entender o funcionamento dos circuitos eletrônicos, e se teriam surgido quando se procuravam soluções para equações do terceiro grau".

Dos objetivos passamos à **metodologia**. O que faremos para atingir o objetivo? Há muitos caminhos. Pode-se adotar algo fácil, como "Consultar o livro didático". Mas isso nem sempre dá resultado. Uma possibilidade simples no nosso caso seria "Olhar os livros de História da Matemática e entrevistar o professor de física para ver se ele sabe ou indica alguma bibliografia que permita verificar esse assunto dos circuitos eletrônicos".

Bem, então é preciso ver se há livros de História da Matemática na escola, e também algum livro dos indicados pelo professor de física. Surge a **bibliografia** do projeto: nome do autor, título, número da edição, cidade da edição, editora, ano de publicação. Caso forem consultadas páginas na Internet – sempre com a supervisão do professor para evitar a proliferação de concepções superficiais ou mesmo errôneas -, é preciso colocar, além do endereço da página consultada, também a data e horário em que se deu a consulta. É que o conteúdo da Internet é tão dinâmico que as "edições" do conteúdo são bem mais frequentes que as edições dos livros.

Realizada a pesquisa, devem surgir **conclusões**. Às vezes a conclusão é que a escola precisa melhorar sua biblioteca, ou que esse tema é muito difícil, ou que não foi possível encontrar nada muito conclusivo a respeito. Tudo bem, estamos garimpando, às vezes não se encontra ouro. Mas a vantagem e a segurança que temos é que, se encontrarmos um problema realmente difícil, isso já tem um valor incrível. Pode ser um tema para uma tese de doutorado, quem sabe. Nesse jogo, mesmo perdendo a gente ganha. Ocorre que a descoberta de um problema novo é um valor imenso. Perkins (2002) mostra como a descoberta de um problema está diretamente ligada à criatividade. Menciona as idéias de Einstein, para quem "levantar novas questões, novas possibilidades, encarar as velhas perguntas de um novo ângulo – são coisas que requerem imaginação criativa e assinalam um avanço real na ciência". Ou seja, se a conclusão da pesquisa for que é necessária outra pesquisa, isso não representa um fracasso.

Resumindo, é isso um exemplo de micro-projeto de pesquisa tal como o concebemos para uso em aulas de matemática de Ensino Fundamental e Médio.

### Conexões e aprendizagem

O que vai acontecer se os alunos começarem a pesquisar o conteúdo de Matemática da escola? Entendemos que isso gera conexões entre os conceitos. O simples uso de História da Matemática gera conexões. Segundo Wilson e Chauvot (2000), "incorporar história nas aulas de matemática pode ajudar os alunos a fazer conexões e muito mais (...). A história é repleta de conexões

*matemáticas – conexões entre tópicos de matemática, conexões entre matemática e aplicações, conexões entre matemática e outras disciplinas (...). Um perspectiva histórica pode ajudar os alunos a ver a matemática como poderosa, acessível, conectada e em desenvolvimento".*

Se o ensino puder mostrar a matemática como um corpo de conhecimentos conectados, isso é de grande importância para a educação. Na verdade, o que se coloca é que conhecer é enredar-se, em uma alusão à idéia de conhecimento como rede de significados. Essa idéia, que Machado (1995) expõe em "Conhecimento como rede: a metáfora como paradigma e como processo", implica em que quando conhecemos alguma coisa realmente, o que estamos fazendo é estabelecer relações entre o conhecimento novo e outros que já tínhamos ou estamos tendo. "Aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos".

Haylock (1991), ao falar sobre o ensino de matemática para crianças de 8 a 12 anos que possuem dificuldade em aprender, afirma que a maior parte da satisfação inerente na aprendizagem da matemática vem da possibilidade de compreensão: "fazer conexões, relacionar os símbolos da matemática com situações reais, ver como as coisas se encaixam umas às outras, e articular os padrões e relações que são fundamentais para nosso sistema numérico e operações numéricas".

Ao concebermos a matemática conectada, a perspectiva histórica mostra que as redes de significado estão em permanente estado de metamorfose. Isso implica em mudanças no ensino, como afirma Machado (1995): "Especialmente no que se refere ao planejamento das atividades didáticas, a concepção de conhecimento como uma teia acentrada de nós e relações significativas, em permanente transformação e atualização, conduz a uma radical mudança de perspectivas e expectativas". Para já, essa mudança implica em uma mudança na perspectiva da ordem e linearidade das apresentações do conteúdo. Por isso a idéia de utilizar projetos de pesquisa, ao romper com a linearidade, ocupa outro espaço na organização escolar.

Muda, assim, o sentido das avaliações. Como avaliar se o que pretendemos é a descentralização das idéias, a associação entre os temas diversos, a busca do problema mais que a busca das respostas pré-estabelecidas?

Muda também a fonte das informações. Qual o papel do livro didático nesse contexto? Ele é uma boa fonte de pesquisa? O papel do livro didático precisa ser repensado. Machado (1997) propõe que "o livro didático precisa ter seu papel redimensionado, diminuindo-se sua importância relativamente a outros instrumentos didáticos, como o caderno, seu par complementar, e outros materiais, de um amplo espectro que inclui textos paradidáticos, não-didáticos, jornais, revistas, redes informacionais etc."

As redes informacionais. Para além do livro didático, temos a biblioteca física, e também as diversas mídias e a grande biblioteca que é a Internet. Uma das diferenças importantes é que as bibliotecas, e em menor grau os jornais e revistas, trazem informações de alguma forma selecionadas. Já a Internet não tem controle algum. Qualquer pessoa pode disponibilizar conteúdo na rede. Isso requer a habilidade do pensamento criativo que deve detectar pistas falsas, selecionar os caminhos. Novas habilidades, que os alunos devem desenvolver junto aos professores. Se antes bastava abrir uma enciclopédia para obter dados sobre um tópico considerado, agora é preciso ver se o que lemos e vemos tem realmente valor. Nesse sentido, o uso de projetos de pesquisa na educação adquire mais essa função, a de preparar o aluno para o exercício da seleção das informações, uma habilidade necessária para o cidadão de hoje.

Conectividade, associações importantes ou banais, relações falsas entre conceitos. Na pesquisa, o computador irá mudar a forma de trabalhar em sala de aula.

Ao aproximar o professor das novas mídias, abrem-se novas possibilidades. A visão dinâmica do conhecimento matemático, uma das conseqüências importantes do uso da História, é típico do uso das novas mídias. Proximidade das mudanças e facilidade de acesso são indicadas por Borba (1999). Ao escrever sobre "Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento", afirma que:

*"As mídias, vistas como técnicas, permitem que "mudanças ou progressos do conhecimento" sejam vistos como mudanças paradigmáticas impregnadas de diferentes técnicas desenvolvidas ao longo da história. É neste sentido que no atual momento da Educação Matemática devemos testar essas metáforas teóricas geradas por diferentes pesquisas, para que consigamos desenvolver novas práticas pedagógicas que permitam que mais estudantes tenham acesso a estudar matemática (...)"*.

Assim, estudar matemática passa a ser estudar matemática à luz de sua construção histórica via novas tecnologias. As informações disponíveis na rede mundial de computadores, em diversas línguas, estão dispostas de modo a possibilitar um uso mais versátil do vasto mundo da História da Matemática. As múltiplas relações que o hipertexto permite – mapas, figuras, jogos, problemas, testes, textos, som e imagem em movimento – compõem estruturas possíveis para o acesso e uso da História, transcendendo a linearidade dos textos.

Essa novidade é assinalada por Penteadó, que pesquisou a presença de computadores na escola. Afirma em "Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente":

*"Um novo cenário afeta a forma como os alunos e professor se comportam na sala de aula e a forma como se comunicam entre si. O professor se vê diante de situações novas (os alunos também) em relação ao que usualmente está acostumado a enfrentar, exigindo estratégias diferentes. Essa nova organização do espaço físico não precisa estar necessariamente vinculada ao uso de computadores, mas um tal uso parece implicar uma mudança na distribuição dos alunos e dos demais componentes presentes na sala de aula."*

Isto é, as novas tecnologias não são apenas úteis em si mesmas, mas enquanto provocadoras de uma atividade mais criativa, que tem efeito principalmente na mudança de atitude do professor. O formato da sala de aula se altera. Lévy, em entrevista ao programa Roda Viva da TV Cultura em 8 de janeiro de 2001, destaca a liberdade de expressão e o intercâmbio de conhecimentos que ocorre no uso didático da Internet:

*"Não devemos limitar os processos de aprendizado a categorias estáticas, a programas de estudo pré-moldados, mas deixar o aprendizado se desenvolver como um processo natural e orgânico. E permitir que as pessoas expressem tudo o que sabem e tudo o que aprenderam."*

E podemos fazer isso hoje. Justamente. . . Por exemplo, permitir que hoje as pessoas façam suas 'home pages' é muito mais importante que submetê-las a exames.

*Ensiná-las a se inserir no processo de intercâmbio de conhecimentos, sendo originais e ajudando outros a se orientarem, propondo ligações interessantes a outros sites, é mais importante do que conferir se aprenderam um programa criado por um professor."*

Evidentemente, como em qualquer outra modalidade pedagógica, o professor precisa saber utilizar-se dela criticamente. Para que o computador permita esse aumento da interação e da troca de experiências, o professor deve saber ele mesmo interagir com a máquina de forma criativa. Assim, Penteadó (1999) chama a atenção para a necessidade de formação do professor:

## Conexões: História da Matemática através de Projetos de Pesquisa

"É preciso que o professor, desde sua formação inicial, tanto nas Licenciaturas quanto nos cursos de Magistério, tenha a possibilidade de interagir com o computador de forma diversificada e, também, de discutir criticamente questões relacionadas com as transformações influenciadas pela Informática, sobretudo nos estilos de conhecimento e nos padrões de interação social."

Conscientes dessa carência de formação, estamos o tempo todo propondo que o trabalho com projetos não é apenas uma outra forma de trabalhar com os alunos, mas é também uma forma que os professores têm de atualização, de contínua formação. Não sei se os alunos aprenderão alguma coisa, mas certamente nós professores aprendemos muito quando trabalhamos com pesquisa. Queremos professores de matemática criativos diante do computador.

Concluindo, estamos propondo que o professor de matemática, junto aos seus alunos, proponha-se fazer pesquisas sobre temas de matemática das suas aulas, que partindo da pergunta mais comum "Para que serve isso?", ou outras que aparecerem, desenvolva um projetinho visando a obtenção da resposta a essa pergunta. Para isso, pode fazer uso da biblioteca, da Internet e outras fontes informacionais, desde que tomados alguns cuidados de saber que nem tudo o que está lá pode ser confiável. O final desse trabalho pode ser disponibilizado também na página da Internet da escola, se houver, ou na página do professor. Ou pode resultar em um produto virtual, como um cd-rom elaborado pela classe. A avaliação do trabalho deve levar em conta o nível de interatividade alcançado pelos alunos, se eles se conectaram, se perambularam e redefiniram seus conceitos iniciais.

Mas ... e o conteúdo que socialmente temos que cobrir? Não estamos negando nada disso, embora pudéssemos questionar a pertinência de tópicos do conteúdo. Não se trata disso agora. Estamos propondo que a pesquisa parta desses tópicos, aprofundando neles, fazendo conexões entre eles, dando sentido a eles. Por isso achamos importante que uma base para a escolha dos temas de pesquisa seja um belo programa de matemática elaborado pela escola e que faça parte do projeto pedagógico da mesma. Como não temos isso aqui disponível (cremos que o projeto pedagógico deva ser elaborado por cada escola), iremos tomar como referência o programa comentado da FUVEST 2003, disponível na Internet.

#### Fuvest 2003: um programa para explorar

Podemos tomar a lista de assuntos cobrados no vestibular da USP em 2003 para utilizá-la como fonte de tópicos do ensino Fundamental e Médio para pesquisar. Embora isso contrarie de alguma forma nosso princípio (que é de que os alunos e os professores devem escolher seus temas de interesse, quaisquer que sejam), o programa de matemática da FUVEST 2003 está bem abrangente e oferece vários temas para pesquisa sobre a história e as aplicações daqueles tópicos. Por isso resolvemos colocá-lo aqui na íntegra. Inclusive ele traz comentários valiosos sobre a natureza e os fins do conhecimento matemático, ainda que sucintos, mas contribuem para mostrar o valor do acesso à História da Matemática.

#### PROGRAMA FUVEST 2003

(texto integral do manual do candidato, disponível em <http://www.fuvest.br/vest2003/manual/manual.stm>, acessado no dia 09/03/2003)

#### MATEMÁTICA

Conhecimentos matemáticos são aplicados na interpretação de fenômenos, em diferentes áreas da ciência, nas atividades tecnológicas e cotidianas. O cidadão necessita da capacidade de leitura e interpretação de informações por gráficos ou outras formas de linguagem matemática, de percepção da coerência ou não de uma argumentação, bem como da competência para formular suas próprias idéias de forma consistente, para uma inserção crítica e autônoma na sociedade contemporânea. Dentro deste espírito, espera-se que o candidato demonstre possuir domínio da linguagem básica e compreensão dos conceitos fundamentais da Matemática, tratados no ensino fundamental e médio, de forma a saber aplicá-los em situações diversas e relacioná-los entre si e com outras áreas do conhecimento. Ele deve saber reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionar procedimentos associados às diferentes áreas, analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da realidade. Será priorizada a avaliação da capacidade de raciocínio, sem dar ênfase à memorização de fórmulas, à mecanização de técnicas ou a cálculos excessivos, desvinculados de contexto significativo ou de aplicações relevantes, dentro ou fora da Matemática.

Na 1ª fase do vestibular, o objetivo é avaliar o candidato quanto ao domínio e utilização da linguagem e quanto à compreensão de conceitos e procedimentos da matemática elementar, bem como quanto à capacidade de aplicá-los na resolução de problemas.

Na 2ª fase, além destes aspectos, pretende-se também avaliar o candidato quanto ao domínio de conceitos, ferramentas e procedimentos matemáticos necessários para o aprofundamento de estudos em áreas de ciências exatas, bem como quanto à capacidade de utilizá-los em situações-problema mais abstratas.

#### PROGRAMA

##### 1. CONCEITOS E RELAÇÕES NUMÉRICAS BÁSICAS E APLICAÇÕES

Conhecer os problemas nodais que impulsionaram a necessidade de ampliação dos campos numéricos e dominar os conceitos básicos que deles surgiram, proporciona, ao indivíduo, uma inserção mais completa na cultura universal desenvolvida por homens e mulheres ao longo da História. O cidadão frequentemente necessita lidar com dívidas ou créditos, interpretar descontos, entender reajustes salariais, escolher aplicações financeiras, etc. Daí a importância da Matemática Financeira com suas aplicações práticas. Sistemas lineares e matrizes são instrumentos da linguagem matemática na modelação de situações-problema, além de representarem técnicas de grande utilidade para outros domínios da matemática de nível superior.

#### TÓPICOS

1.1. Números inteiros: compreensão dos algoritmos das quatro operações fundamentais no sistema decimal de numeração, divisibilidade e a decomposição em fatores primos.

1.2. Insuficiência dos números inteiros para a comparação de grandezas e para medir partes de um todo: razões e proporções; os números racionais; operações e a relação de ordem entre números racionais; representação decimal dos números racionais e sua relação com PG.

1.3. Insuficiência dos números racionais para medir segmentos a partir de uma unidade fixada; o conceito de número irracional e a representação decimal dos números reais.

1.4. Insuficiência dos números reais para a resolução de equações algébricas de 2º e 3º graus; o conceito de número complexo e suas representações - geométrica, algébrica e trigonométrica; interpretação

algébrica e geométrica das operações e das raízes de números complexos – raízes da unidade.

1.5. Matemática financeira como instrumento para a resolução de problemas: os conceitos de porcentagem, juro simples e juro composto e sua relação com PA e PG, respectivamente.

1.6. Sistemas lineares e matrizes como organização e sistematização de informações; discussão e resolução de sistemas lineares (de até 4 equações e até 4 incógnitas) por escalonamento ou por substituição de variáveis.

## 2. GEOMETRIA

A utilização de conhecimentos geométricos para leitura, compreensão e ação sobre a realidade tem longa tradição na história da humanidade. É inegável a importância de saber caracterizar as diferentes formas geométricas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, através de seus elementos e propriedades, bem como de poder representá-las por meio de desenho geométrico. Na resolução de diferentes situações-problema, seguramente se faz necessária uma boa capacidade de visão geométrico-espacial, o domínio das idéias de proporcionalidade e semelhança, a compreensão dos conceitos de comprimento, área e volume, bem como saber calculá-los. Deve-se salientar que a semelhança de triângulos permitiu o desenvolvimento da trigonometria do triângulo retângulo, criada para solucionar problemas práticos de cálculo de distâncias inacessíveis. Por outro lado, as noções de semelhança e congruência nos remetem também aos fundamentos da própria Geometria. Saber utilizar as coordenadas cartesianas de pontos no espaço possibilita a descrição de objetos geométricos numa linguagem algébrica, ampliando consideravelmente os horizontes da modelagem e da resolução de problemas geométricos, por meio da interação entre essas duas áreas da matemática.

### TÓPICOS

2. 1. Características, elementos e propriedades geométricas (tais que: vértices, arestas, lados, alturas, ângulos, focos, diretrizes, convexidade, número de diagonais, . . .) das seguintes figuras planas e espaciais: polígonos, círculos, setores circulares, elipses, parábolas, hipérbolas, prismas, pirâmides, esfera, cilindros, cones e troncos.

2. 2. Congruência e Semelhança de figuras planas e espaciais. Razões entre comprimentos, áreas e volumes de figuras semelhantes. Teorema de Tales e aplicações; problemas envolvendo semelhança, somas dos ângulos internos e externos de polígonos. Casos de semelhança e congruência de triângulos e aplicações. Trigonometria do triângulo retângulo como instrumento para a resolução de problemas; seno, cosseno e tangente de ângulos agudos como razão de semelhança nos triângulos retângulos.

2. 3. Eixos e planos de simetrias de figuras planas ou espaciais. Reconhecimento das secções planas de cones e as definições de elipse, parábola e hipérbole como lugar geométrico. Aplicações.

2. 4. Relações métricas nas figuras geométricas planas e espaciais. O teorema de Pitágoras; lei dos senos e cossenos, aplicações em problemas bi e tridimensionais tais que: cálculo de diagonais, alturas, raios, etc. Comprimentos (ou perímetros), áreas (ou superfícies de sólidos) e volumes.

2. 5. Construções com régua e compasso no plano: retas perpendiculares e paralelas; mediatriz de segmento; divisão de segmentos em partes proporcionais; bisseção de ângulos; polígonos regulares (inscritos e circunscritos); triângulos quaisquer (com a determinação de seus elementos). Problemas de tangência, envolvendo circunferências.

2. 6. Geometria Analítica: coordenadas cartesianas de pontos no plano e no espaço. Distância entre pontos no plano e no espaço e problemas bi e tridimensionais simples envolvendo esses conceitos. Equações de retas no plano: significado dos coeficientes na equação normal, paralelismo e perpendicularismo; distância de ponto a reta. Equações de circunferências no

plano: reconhecimento do centro, raio, retas secantes e tangentes. Aplicações. Equações e inequações a duas incógnitas como representação algébrica de Lugares Geométricos no plano.

### 3. FUNÇÕES

Mais recentes na História da Matemática do que os Números, a Geometria ou a Álgebra, as funções têm um papel de grande destaque no interior daquela disciplina por serem instrumentos eficazes na modelagem de problemas reais ou imaginados e por fornecerem formas eficientes de estudá-los. Assim, por exemplo, é importante entender que fenômenos periódicos são descritos principalmente com funções trigonométricas; que certas situações de crescimento ou decrescimento rápido podem ser representadas por funções exponenciais; que distâncias podem ser expressas utilizando a função módulo e que a função logaritmo surgiu para permitir simplificações no cálculo de produtos ou potências dos números com muitos dígitos que astrônomos ou navegadores necessitavam manipular, no século XVI. A linguagem gráfica, sob várias apresentações, por sua comunicação direta e global, ganha cada vez mais destaque na era da comunicação. Ganham, assim, relevância especial não só a capacidade de leitura e interpretação de gráficos funcionais, conferindo significado às variações das grandezas envolvidas, mas também a competência de saber analisá-los para estimar resultados e fazer previsões. Por outro lado, no que tange à interação entre diferentes áreas da própria Matemática, os gráficos funcionais são ferramentas importantes para tornar mais significativas as resoluções de equações e inequações algébricas.

### TÓPICOS

3. 1. A noção de função como instrumento para lidar com variação de grandezas. Os conceitos de domínio e imagem. Caracterizações e representações gráficas e algébricas das seguintes funções: funções módulo, polinomiais de 1º e 2º graus, raiz quadrada,  $f(x)=x^n$ ,  $f(x)=1/x$ ,  $f(x)=1/x^2$ , funções exponenciais e logarítmicas (cálculo de valores aproximados em casos de expoentes irracionais) e as funções seno, cosseno e tangente (definições geométricas no ciclo trigonométrico e valores nos arcos notáveis) e suas transladadas. Aplicações.

3. 2. Reconhecimento e interpretação de gráficos de funções: domínio, imagem, valores destacados no gráfico (máximos, mínimos, zeros), biunivocidade, periodicidade, simetrias, intervalos de crescimento e decrescimento, análise da variação da função. Aplicações em situações-problema de contexto variado, incluindo estimativas ou previsões de valores. Equações e inequações envolvendo funções: resoluções gráficas e algébricas. Identidades funcionais importantes: princípio de identidade polinomial, produtos notáveis e fatoração de polinômios, principais identidades trigonométricas, propriedades básicas de logaritmos e exponenciais. Desigualdade triangular para módulos. Aplicações em situações-problema.

### 4. COMBINATÓRIA, PROBABILIDADE ESTATÍSTICA

O desenvolvimento do espírito crítico, da capacidade de analisar e de tomar decisões, diante de vários tipos de situações da vida em sociedade, exige do cidadão que seja bem informado. Estatísticas e probabilidades estão cada vez mais presentes nos meios de comunicações como forma de apresentação de informações. Pesquisas de opinião, pesquisas sobre preços, sobre epidemias e outros temas de interesse social, ambiental ou econômico são noticiadas freqüentemente, sempre permeadas de porcentagens ou outros indicadores, de gráficos, tabelas e, não raro, inferindo conseqüências prováveis e forjando opiniões. Para poder interpretar de forma autônoma e crítica tais informações, o indivíduo deve ser capaz de compreender bem a linguagem pictográfica, compreender a importância da amostra para as conclusões de uma pesquisa e ter claro que a atribuição de probabilidades é, sobretudo, uma forma de quantificar a incerteza quanto ao resultado a ser obtido. Em diferentes

áreas e atividades profissionais, são de grande utilidade as capacidades de reconhecer o caráter aleatório de fenômenos, utilizar processos de contagem em situações-problema, representar frequências relativas, construir espaços amostrais e calcular probabilidades. Ressaltamos que, na resolução de problemas de contagem, o importante é a habilidade de raciocínio combinatório. É fundamental valorizar o desenvolvimento da capacidade de formular estratégias para a organização dos dados em agrupamentos que possam ser contados corretamente, tendo em vista que a mera aplicação de fórmulas não nos permite resolver a maior parte dos problemas de contagem.

#### TÓPICOS

4. 1. Problemas de contagem: o princípio fundamental da contagem, o princípio aditivo, a divisão como um processo de redução de agrupamentos repetidos. Resolver problemas envolvendo a contagem de diferentes tipos de agrupamentos. Binômio de Newton.

4. 2. Probabilidade de um evento num espaço equiprovável: construção de espaços amostrais finitos e representação através de frequências relativas. Probabilidade da união e da interseção de eventos. Eventos disjuntos. O conceito de independência de eventos. Probabilidade condicional. Aplicação de probabilidade em situações-problema.

4. 3. População e amostra. Estatística descritiva: tratamento da informação obtida com a organização e interpretação de dados em tabelas e gráficos. Significado e aplicação de medidas de tendência central (média mediana e moda) e de dispersão (desvio-médio, desvio-padrão e variância).

#### Comentários

A lista comentada de conteúdos indicada para os candidatos ao vestibular organizado pela Fuvest não é um modelo de programa para o ensino fundamental e médio, mas é um contraponto para esse programa, que deve ser parte viva do projeto pedagógico da escola. Um professor de matemática criativo irá olhar para esse programa como um artista olha para seus instrumentos de trabalho. Um pintor olha a tela em branco, seus pincéis e tintas, e pensa: "Vamos começar". Artistas todos somos, já que sobrevivemos até aqui.

A vantagem de adotar uma postura investigativa em sala de aula, a vantagem de ser um professor reflexivo é que o trabalho pode se tornar mais dinâmico e compensador do ponto de vista de realização pessoal. A matemática é rica em conteúdo, extensa, mutável, útil e bonita. O estudo de sua história revela que foi objeto de paixão de inúmeros cientistas, e muitos deles não se denominavam matemáticos. Mas sobretudo foi e continua sendo uma forma de expressão do espírito humano, de mexer com a inteligência e a criatividade das pessoas comuns. Cabe ao professor de matemática a nobre tarefa de tornar-se via de acesso para um mundo de beleza e harmonia, ao invés de servir de impedimento para o acesso a esse mundo. Muitos acham a tarefa difícil, quase impossível. Como ensinar matemática para quem não quer aprender matemática? Como fazer os alunos gostar de matemática?

Esse verdadeiro nó da educação matemática lembra a lenda grega do nó amarrado pelo rei da Frígia chamado Górdio, que era um pescador antes de se tornar rei por intervenção dos deuses. Um oráculo tinha previsto que quem desatasse o nó górdio iria dominar toda a Ásia. Alexandre Magno viu seu destino naquela profecia. Como não podia desatar o nó, puxou a espada e cortou-o, seguindo adiante em suas conquistas. Talvez seja o caso de buscar uma solução alternativa para o problema do ensino de matemática. Perkins (2002) afirma que Alexandre viu aquela velha questão sob novo ângulo. Mesmo enganando, talvez, os deuses do Olimpo, o fato é que

conquistou a Ásia e muito mais. Creio que tenhamos todos uma tarefa educacional gigante em nosso país. Sejamos capazes de desatar os nós que nos amarram a velhas fórmulas, e sejamos um pouquinho criativos também. Sem perder a referência da nossa milenar Matemática.

#### Bibliografia

- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. 313 p. Neste livro, utilizamos os capítulos: BARONI, Rosa L. S. & NOBRE, Sérgio. *A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática*. BORBA, Marcelo C. *Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento*. PENTEADO, Miriam Godoy. *Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente*.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999. 113 p.
- BROLEZZI, Antonio Carlos. *A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática*. Dissertação de Mestrado. São Paulo, Faculdade de Educação da USP, 1991.
- BROLEZZI, Antonio Carlos. *O uso da Internet na abordagem histórica em educação matemática*. Belo Horizonte: SBMAC, 2001. 96 p.
- DAVITT, Richard M. *The evolutionary character of Mathematics*. *Mathematics Teacher*. v. 93, n. 8, November 2000
- HAYLOCK, Derek. *Teaching Mathematics to Low Attainers*, 8-12. London: Paul Chapman, 1991. 229 p.
- LÉVY, Pierre. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. (trad. Carlos Irineu da Costa). São Paulo, Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993. 208 p. (8ª reimpressão 1999)
- LÉVY, Pierre. *Entrevista ao Programa Roda Viva da TV Cultura*. São Paulo, 8 de janeiro de 2001.
- MACHADO, Nilson José. *Ensaio transversais: cidadania e educação*. São Paulo: Escrituras, 1997. 189 p. Neste livro, utilizamos os capítulos: *Sobre a idéia de projeto* e *Sobre livros didáticos: quatro pontos*.
- MACHADO, Nilson José. *Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez, 1995. 320 p. Neste livro, utilizamos o capítulo: *Conhecimento como rede: a metáfora como paradigma e como processo*.
- NOBRE, Sérgio. *História da Matemática e a Formação do Profissional em Matemática*. (Resumo). SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (1, 2000: Serra Negra, SP). Livro de resumos. Serra Negra: SBEM, 2000. 394 p.
- PERKINS, David. *A banheira de Arquimedes: como os grandes artistas e cientistas usaram a criatividade, e como você pode desenvolver a sua*. (Trad. Beatriz Sidou) Rio de Janeiro: Ediouro, 2002. 337 p.
- WILSON, Patrícia S. & CHAUVOT, Jennifer B. *Who? How? What? A strategy for using History to teach Mathematics*. *Mathematics Teacher*. V. 93, n. 8, November 2000